

Megadunk egy eljárást, amellyel  $k$  mérés után el tudjuk dönteni, vannak-e különböző súlyú érmék, és ez utóbbi esetben ki is tudunk jelölni majd egy könnyebbet és egy nehezebbet.

Osszuk el az érméket két egyenlő számú csoportra, és tegyük a két részt a két serpenyőbe. Ha a mérleg egyensúlyban van, akkor az egyik részt tegyük félre, a másikkal pedig ismételjük meg az eljárást, azaz ismét felezzük meg és hasonlítsuk össze a két részt. Folytassuk ezt mindaddig, amíg a mérleg ki nem billen.

Ha erre a  $k$ -edik mérésben sem kerül sor, akkor – mivel az érmék száma minden lépésben feleződik – az utolsó,  $k$ -edik mérésre 2 érme bizonyult egyenlő súlyúnak.

Azt állítjuk, hogy ebben az esetben az egymás után félretett csoportokban is minden érme egyenlő súlyú.

A  $k$ -edik felezés és összehasonlítás után a serpenyőkben  $1 - 1$  db érme van és a terhelések egyenlők:  $e = e$ , a vizsgálat alatt álló súly együttvéve  $2e$ . Ennélfogva a  $(k - 1)$ -edik mérésben  $2e = 2e$  volt fenn a mérlegen, együttvéve  $2^2e, \dots$ , Ugyanígy visszafelé haladva az 1. mérésben  $2^{k-1}e + 2^{k-1}e = 2^k e$ , akkor pedig az összes érme fent volt. Nem lehetett tehát  $e$ -nél kisebb súlyú, mert akkor  $e$ -nél nagyobbak is kellett volna lennie, ezt pedig a szöveg kizárta.

Ha az  $l$ -edik mérésben a mérleg kibillen és éppen  $l = k$ , akkor eddigre a serpenyőkben már csak  $1 - 1$  érme van, kezünkben van tehát egy könnyebbik és egy nehezebbik érme.

Ha  $l < k$ , akkor az  $l + 1$ -edik méréstől kezdve módosítjuk eljárásunkat. Legyen ekkor – mondjuk – a bal oldali serpenyőben levő  $2^{k-l}$  darab érme nehezebb a jobb oldali serpenyőben levő ugyanannyi érménél. Ebben az esetben vannak különböző súlyú érmék, sőt a bal oldalon több van a nehezebbik, a jobb oldalon pedig a könnyebbik fajtából.

Egy könnyebb és egy nehezebb érmét akarunk tehát kiválasztani a még hátralevő  $k - l$  mérés alapján. Ezután is felezzük majd, de most külön-külön tesszük ezt az egyes serpenyők tartalmával.

Belátjuk, hogy innen kezdve minden lépés után tudunk mutatni két olyan csoportot, amelyben ugyanannyi érme van, súlyuk viszont különböző.

Osszuk tehát a bal és a jobb oldali serpenyő tartalmát a két-két egyenlő számú érméből álló  $B_1$  és  $B_2$ , illetve  $J_1$  és  $J_2$  részekre, majd hasonlítsuk össze  $B_1$ -et és  $J_1$ -et egy mérésel. Ha továbbra is a bal oldali serpenyő bizonyul nehezebbnek, akkor  $B_1$ -gyel és  $J_1$ -gyel folytatjuk ezt az eljárást tovább. Ha egyensúly van, vagy  $J_1$  nehezebb  $B_1$ -nél, akkor  $J_2$  biztosan könnyebb  $B_2$ -nél. Ekkor tegyük félre  $J_1$ -et és  $B_1$ -et, a részenkénti felezést pedig a nehezebb  $B_2$ -vel és a könnyebb  $J_2$ -vel folytassuk tovább.

Ezen a módon továbbra is mérésenként felére csökken az összemérendő részekben levő érmék száma, és mind a serpenyők tartalmának, mind pedig az éppen félretett részeknek ismerjük a viszonyát. (A két-két halom közül legalább az egyik esetben nincs egyensúly, nem veszítjük tehát szem elől a különböző súlyú érméket.)

A  $k$ -edik mérésel most is egy-egy érmét hasonlítunk össze. Ha nincs egyensúly, akkor ez a két érme szolgáltatja a választ, ellenkező esetben pedig a fentiek szerint az utolsó felezéskor levett egy-egy érme.