

Ismeretes, hogy

$$(1) \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

A  $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$  összefüggés felhasználásával

$$(2) \quad \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \cos 80^\circ \cos 40^\circ \cos 20^\circ.$$

Szorozzuk a jobb oldalt  $\sin 20^\circ$ -kal és használjuk háromszor a  $\cos \alpha \sin \alpha =$

$$= \frac{1}{2} \sin 2\alpha, \text{ majd a } \sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha) \text{ összefüggést:}$$

$$\begin{aligned} \cos 80^\circ \cos 40^\circ \cos 20^\circ \sin 20^\circ &= \frac{1}{2} \cos 80^\circ \cos 40^\circ \sin 40^\circ = \\ &= \frac{1}{4} \cos 80^\circ \sin 80^\circ = \frac{1}{8} \sin 160^\circ = \frac{1}{8} \sin 20^\circ. \end{aligned}$$

Következésképp

$$(3) \quad \cos 80^\circ \cos 40^\circ \cos 20^\circ = \frac{1}{8},$$

hiszen  $\sin 20^\circ \neq 0$ . (1), (2), (3) összevetéséből

$$(4) \quad \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}.$$

*Megjegyzés.* A  $\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi = 2 \sin \varphi \cdot \sin(90^\circ - \varphi)$  összefüggést használva  $\sin 10^\circ = 2 \cdot \sin 5^\circ \cdot \sin 85^\circ$ ,  $\sin 30^\circ = 2 \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ$  stb. Ezeket (4)-be téve és a  $\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$  értékkel szorozva azt kapjuk, hogy

$$\sin 5^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 35^\circ \cdot \sin 45^\circ \cdot \sin 55^\circ \cdot \sin 65^\circ \cdot \sin 75^\circ \cdot \sin 85^\circ = \frac{\sqrt{2}}{512},$$

egy meglepő összefüggés.