

Legyen i tetszőleges egész szám. Tekintsük az $(1, i)$, $(2, i)$, $(3, i)$, $(4, i)$ koordinátájú pontnégyest. Mind a négy pont három különböző színt kaphat, ezt a négy pontot tehát $3^4 = 81$ különböző módon színezhettük. Ha veszünk 82 ilyen pontnégyest, pl. futtatjuk i -t 1-től 82-ig, akkor ezek között lesz kettő, amelyek teljesen azonosan vannak színezve, vagyis van két különböző i és j az 1 és 82 között, amelyre $(1, i)$ színe megegyezik $(1, j)$ színével, $(2, i)$ színe $(2, j)$ színével stb.

De az $(1, i)$, $(2, i)$, $(3, i)$, $(4, i)$ pontnégyes között van két azonos színű, hiszen csak három színünk van. Legyenek (a, i) , és (b, i) ilyenek $(1 \leq a < b \leq 4)$. Ekkor (a, i) , (a, j) , (b, j) , (b, i) négy egyszínű rácspont, amelyek a koordinátatengelyekkel párhuzamos oldalú téglalapot alkotnak.

Megjegyzés. A fenti megoldás mutatja, hogy ha egy 4×81 -es táblázat minden mezőjét három szín valamelyikével kiszínezzük, akkor van két sor és két oszlop, amelyek négy találkozási pontja egyező színű. Ugyanígy belátható, hogy ha nem három, hanem k színünk van, akkor bármely $(k+1) \times k^{k+1}$ -es táblázatban van két ilyen sor és oszlop. Érdekes, de nehezebb kérdés, hogy mekkora az a minimális négyzet alakú táblázat, amiben már feltétlenül van két ilyen sor és oszlop.

A megoldás gondolatmenete további általánosítást is lehetővé tesz. Tegyük fel, hogy k színnel kiszíneztük a rácspontokat. Ekkor akármilyen m egészre kiválasztható végtelen sok sor és m különböző oszlop úgy, hogy a kiválasztott sorok és oszlopok találkozásánál álló rácspontok mind azonos színűek legyenek. Nem mindig választható ki azonban végtelen sok sor és végtelen sok oszlop ugyanezzel a tulajdonsággal. Ennek megmutatására elég az (x, y) rácspontot pirosra színeznünk, ha $|x| > |y|$ és kékre, ha $|x| \leq |y|$.