

Ha a térben egy pont sem piros, akkor bármely egységoldalú négyzet csúcsai kékek, és készen vagyunk. Feltehetjük tehát, hogy van piros pont is. Válasszunk ki egyet, és tekintsünk egy olyan négyzet alapú gúlát, amelynek minden éle egységnyi, csúcsa pedig a kiválasztott pont (1. ábra).

1984-04-158-1.eps

*1. ábra*

Ha az alpnégyzet minden csúcsa kék, ismét találtunk megfelelő négyzetet. Ha nem, akkor van két piros pont egységnyi távolságra egymástól.

1984-04-158-2.eps

*2. ábra*

Ezekre a pontokra a 2. ábrán látható módon építsünk fel egy szabályos háromszög alapú, egység magasságú hasábot („háztetőt”). Ha a négy további csúcs bármelyike piros, akkor az előbb kiválasztott két piros ponttal együtt ez egy egységoldalú négyzet harmadik piros csúcsa lesz. Ha viszont mind a négy pont kék, azok egy kék csúcsú egységnégyzetet alkotnak.

Ezzel megmutattuk, hogy vagy van olyan egységnégyzet, amelynek minden csúcsa kék, vagy van olyan, amelynek legalább három csúcsa piros – és ez volt a bizonyítandó.