Emeljünk ki a bal oldalból $\sqrt{n}$-et:

$$\sqrt{n}\cdot\sqrt{\frac{1}{n}+\sqrt{\frac{n}{n^2}+\sqrt{\frac{n^2}{n^4}+\sqrt{\frac{n^3}{n^8}+\ldots+\sqrt{\frac{n^n}{n^{2^n}}}}}}}. \tag{2}$$

A bal oldal második tényezőjében szereplő $1/n$, n/n^2, n^2/n^4, $\ldots$, n^n/n^{2^n} értékek mindannyian egy természetes szám reciprokai, és így biztosan kisebbek 2-nél. Ez azt jelenti, hogy mindegyik gyökjel alatt 4-nél kisebb szám áll, tehát (2)-ben a bal oldal biztosan kisebb $2\sqrt{n}$-nél.Így (1) bizonyításához elegendő belátni, hogy

$$2\sqrt{n}\le n.$$

Ez $n\ge 4$ esetén így van, ezzel (1)-et minden 3-nál nagyobb egész számra igazoltuk. A hiányzó $n=2$ és $n=3$ esetekben (1)-et közvetlenül ellenőrizzük:

$$\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{4}}}=\sqrt{3}<2,$$

$$\sqrt{1+\sqrt{3+\sqrt{9+\sqrt{27}}}}<\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{10+\sqrt{36}}}}=2<3.$$

Megjegyzés: A feladat lényegében azonos az F. 2338. feladattal (1982. május, 207. oldal).