1. A támaszkodást természetesen úgy értjük, hogy a létra mindkét hosszanti párhuzamos gerendája támaszkodik a talajhoz, a kerítéshez és a falhoz. Így a gerendák merőlegesen állnak a fal tövére, a vízszintes síknak tekintett talaj és a falsík metszésvonalára; a feladat egyszerűsödik, meggondolásunkat az egyik gerendán (rúdon) átmenő függőleges síkban végezhetjük.

1984-02-063-1.eps

Legyenek a rúd támaszkodási pontjai sorra T, K és F, az utóbbi kettő vetülete a talajon K' és F'. Nem felejtve a feladat gyakorlatias hátterét, a $TK' = x$ szakaszt tekintjük ismeretlennek, ez adja meg a létra első letámasztási pontját. Így $TF' = x + f$, $FF' = \sqrt{h^2 - (x+f)^2}$ és a TKK' és TFF' háromszögek hasonlósága alapján

$$\frac{TK'}{KK'} = \frac{TF'}{FF'}, \quad \frac{x}{m} = \frac{x+f}{\sqrt{h^2-(x+f)^2}}.$$

Innen a szokásos rendezéssel negyedfokú egyenletre jutunk:

$$x^4 + 2fx^3 - (h^2 - f^2 - m^2)x^2 + 2fm^2x + f^2m^2 = 0.$$

2. Negyedfokú egyenletet *középiskolai ismeretek alapján* csak speciális esetekben tudunk megoldani. Ilyen eset adódik az $f = m$ egyenlőség alapján, mint a példaként megadott méretek mellett. Ekkor az egyenlet így egyszerűsödik:

$$x^4 + 2mx^3 - (h^2 - 2m^2)x^2 + 2m^3x + m^4 = 0. \tag{1}$$

A negyedfokú egyenletek megoldására ismert eljárások közül több is a „két négyzet különbségévé" való alakításon múlik. A bal oldalt most átalakíthatjuk x két polinomja négyzetének különbségévé, majd szorzattá:

$$(x^2 + mx + m^2)^2 - (h^2 + m^2)x^2 = 0,$$
$$(x^2 + mx + m^2 - \sqrt{h^2+m^2}\cdot x)(x^2 + mx + m^2 + \sqrt{h^2+m^2}\cdot x) = 0.$$

Mivel konkrét feladatunkban x-re pozitív értéket várunk, számunkra csak az első tényező eltűnése adhat megoldást:

$$x^2 - (\sqrt{h^2+m^2} - m)x + m^2 = 0,$$

amiből

$$x = \frac{1}{2}\Big(\sqrt{h^2+m^2} - m \pm \sqrt{h^2 - 2m\sqrt{h^2+m^2} - 2m^2}\Big).$$

A számadatokat behelyettesítve

$$x = \frac{5}{2}\Big(\sqrt{10} - 1 \pm \sqrt{7 - 2\sqrt{10}}\Big),$$

$x_1 = 7{,}460\ldots$, $x_2 = 3{,}351\ldots$

A létra alsó végét tehát kétféleképpen is letámaszthatjuk, K'-től 7,46 méterre és 3,35 méterre, és ezek megfelelnek a cm-re való pontosság követelményének. A két megoldás természetesen szimmetrikus az $F'K$ szögfelezőre.

Végül is a fal alsó élvonalától 12,46, illetve 8,35 méterre támaszkodik a létra két vége. Könnyű meggyőződni róla, hogy ezek az eredmények megfelelnek a gyakorlati kérdésnek.

3. Ha nem vesszük észre a redukálási lehetőséget, akkor az alakzat kicsinyített modelljén (pl. 1:100) próbálgatás útján keresünk közelítő megoldást, könnyen beállíthatjuk a rudat, és x-re a 7,5 és 3,3 közelítő értékeket kapjuk. Ezeket azután megfelelően finomíthatjuk. Számadatainkkal

$$f(x) = x^4 + 10x^3 - 17x^2 + 250x + 625 = 0,$$

ebből az Iskolai Függvénytáblázatok 522. jelzőszámú műveleti sémája szerint számolunk:

$$f(x) = \{[(x+10)x - 175]x + 250\}x + 625,$$
$$f(7{,}5) = +39{,}06\ldots, \quad f(3{,}3) = +22{,}21\ldots,$$
$$f(7{,}4) = -57{,}10\ldots, \quad f(3{,}4) = -21{,}3\ldots.$$

Ezek alapján grafikonra támaszkodó becsléssel – a gyököket 7,46 és 3,35 körül várjuk, hiszen $f(x)$ mindenütt folytonos, tehát a pozitív és negatív értékek között a 0-t is fölveszi az $x = 7{,}5$ és $x = 7{,}4$ helyek között. A kerekítés helyességének eldöntése végett 2–2 további helyettesítést végzünk:

$$f(7{,}455) = -5{,}1\ldots < 0, \quad f(3{,}345) = +2{,}6\ldots > 0,$$
$$f(7{,}465) = +4{,}5\ldots > 0, \quad f(3{,}355) = -1{,}7\ldots < 0.$$

A keresett 0 helyek cm-re, 0,01 méterre kerekített értéke tehát 7,46, illetve 3,35, mint a föntebbi számításban.

Megjegyzés. Ha a TF' szakaszt választjuk ismeretlennek, az (1) helyén adódó negyedfokú egyenlet x-et nem tartalmazó tagja negatív lesz: $-f^2m^2$, ill. $-m^4$. Valamivel bonyolultabban bár, de ekkor is sikerül a szorzatra való felbontás.