Bontsuk fel az összes lehetséges módon pozitív egész számok összegére a 65-öt. Mindegyik esetben szorozzuk össze az összeadandókat, majd a szorzatuk közül válasszuk ki a legnagyobb, 100-zal oszthatót (vagy az egyik legnagyobbat, ha ugyanaz többször is előfordulna). Tegyük fel, hogy ezt a maximumot az

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 65$$

felbontásból kaptuk. Mivel $2 + 2 = 2 \cdot 2 = 4$, azért a felbontásból minden négyest két darab kettesre kicserélhetünk anélkül, hogy az összeg és a szorzat változna – így azt is feltehetjük, hogy itt a 4 nem fordul elő. Az $\{x_i\}$ számok között nem szerepelhet 14-nél nagyobb. Valóban, ha például $x_n > 14$ volna, x_n-et helyettesítsük a 2, 2, 5, 5, $(x_n - 14)$ számokkal. Az összeg nem változott, míg a szorzat

$$x_n < 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5(x_n - 14)$$

miatt nőtt, és továbbra is osztható 100-zal. Ez pedig lehetetlen, hiszen feltettük, hogy az $x_1, \ldots, x_n$ felbontás adja a legnagyobb szorzatot.

Az $\{x_i\}$ számok között nem szerepelhet a 10 sem. Ezt az előzőhöz hasonlóan láthatjuk be: ha a 10 mégis ott volna, azt a 2, 3 és 5 számokkal helyettesítve az összeg változatlan, a szorzat pedig háromszorosára nő – ami lehetetlen.

Az $x_1 x_2 \ldots x_n$ osztható 100-zal, az $\{x_i\}$ számok között nincs 10 és nincs 14-nél nagyobb. Kell tehát közöttük lennie két ötösnek, mondjuk $x_1 = x_2 = 5$. A megmaradt számok között viszont nem lehet 4-nél nagyobb: ha $x_n > 4$ volna, x_n-et 2-vel és $(x_n - 2)$-vel helyettesítve az

$$5 \cdot 5 \cdot x_3 \ldots x_{n-1} \cdot 2(x_n - 2)$$

szorzat továbbra is osztható 100-zal, viszont nagyobb mint az $\{x_i\}$ számok szorzata. Feltételünk szerint a felbontásban a 4 sem fordul elő, így csak az 1, 2, és 3 jöhet szóba.

A kettesből legalább kettő van, ami a 100-zal való oszthatóságot biztosítja, de öt vagy annál több nem lehet, mert három darab kettest két hármassal helyettesítve a szorzat nő:

$$2 + 2 + 2 = 3 + 3 \quad \text{és} \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 < 3 \cdot 3.$$

Egyesből is legfeljebb egy lehet, és

$$5 + 5 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 19 < 65$$

miatt a felbontásban 3 is szerepel. De ekkor egy hármast és az egyest két kettesre cserélve a szorzat megint nőne, következésképp az $\{x_i\}$ között egyes nincs.

Összefoglalva, az x_3, $x_4, \ldots, x_n$ számok között legalább kettő, de legfeljebb négy darab kettes van, a többi hármas, és

$$5 + 5 + x_3 + \ldots + x_n = 65.$$

Ez csak úgy lehet, hogy a felbontásban két kettes és 17 hármas van, és ekkor a szorzat, ami egyúttal a maximumot is megadja:

$$5^2 \cdot 2^2 \cdot 3^{17} = 12\,914\,016\,300.$$

Meggondolásainkból az is kiderült, hogy a maximumot a következő két felbontás adja:

$$5 + 5 + 2 + 2 + \underbrace{3 + 3 + \ldots + 3}_{17-\text{szer}}$$

$$5 + 5 + 4 + \underbrace{3 + 3 + \ldots + 3.}_{17-\text{szer}}$$