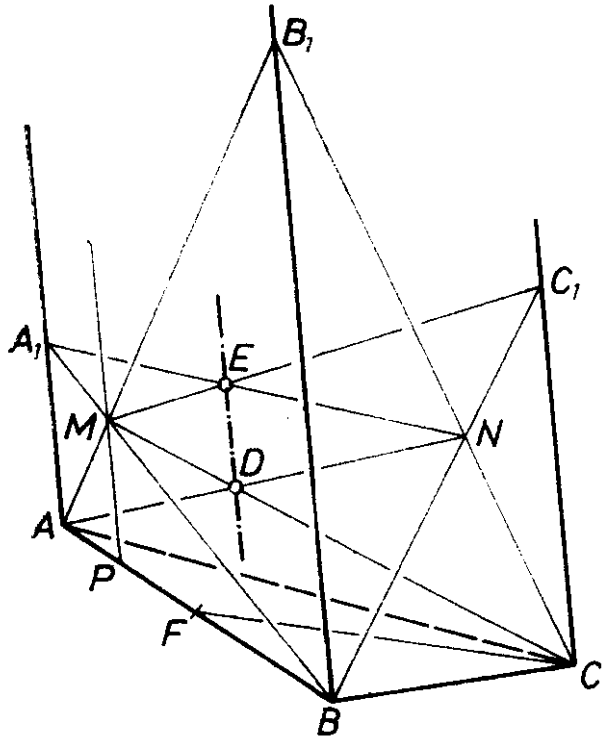
1. A feladat szövege szerint az indexezett pontok az ABC síknak az egyik oldalán vannak. Általában azzal a föltevéssel kell kezdenünk a bizonyítást, hogy a 6 pont különböző.



Jelöljük M-mel az ABB_1A_1 trapéz átlóinak metszéspontját, ez az AA_1 és BB_1 oldalélek közötti pont. Ekkor D – mint a CAB_1 és CBA_1 síkok közös pontja – rajta van az MC egyenesen (a hasáb belsejében), továbbá E – mint a C_1AB_1 és C_1BA_1 síkok közös pontja – rajta van az MC_1 egyenesen. Ennélfogva D is, E is benne van az MCC_1 síkban. Ezt a megállapítást ebben az alakban fogjuk felhasználni: E benne van a DCC_1 síkban.

Írjunk a fönti meggondolásban minden A betű helyére B-t és minden B, C helyére C-t, ill. A-t, M helyére N-et, de hagyjuk a helyükön az indexeket. Így azt kapjuk, hogy E a DAA_1 síkban is benne van.

Az egymástól különböző DCC_1 és DAA_1 síkok tartalmazzák a CC_1, ill. AA_1 egymással párhuzamos egyeneseket (oldaléleket), ezért metszésvonaluk, a DE egyenes párhuzamos az oldalélekkel. Ezt kellett bizonyítanunk.

2. A DE egyenes általában nem megy át a kérdésbeli súlypontokon. Messe az M-en átmenő, AA_1-gyel párhuzamos egyenes AB-t P-ben, legyen másrészt AB felezőpontja F. Ha P és F különböző pontok, akkor F nincs benne az $MCC_1 = PCC_1$ síkban, tehát nincs benne az ABC háromszög súlypontja sem. A DE egyenesnek nincs pontja az MCC_1 síkon kívül, és így nem mehet át a súlyponton. P nyilván akkor és csak akkor esik egybe F-fel, ha $AA_1 = BB_1$.

Igenlő válaszhoz szükséges a P és F egyezése, de nem elegendő, hasonló föltételnek kell teljesülnie a további két oldallapon is. Ha $AA_1 = BB_1 = CC_1$, akkor a DE egyenes átmegy a hasáb mindkét véglapjának súlypontján.

3. Ha valamelyik oldalél két kijelölt pontja egybeesik, akkor a DE egyenes máris határozatlan, egybeesik D és E. Ha pedig két oldalélen is egybeesik az indexezett pont az indextelennel, akkor vizsgálatunk tárgytalan, D és E nincsenek meghatározva.

Pelles Tamás (Győr, Czuczor G. Bencés Gimn., III. o. t.)