

Olyan különböző  $a_i > a_k$ ,  $a_l > a_j$  számokat kell találnunk, melyekre  $a_i - a_k = a_l - a_j$ . Képezzük az  $a_1, a_2, \dots, a_{16}$  számok közötti összes pozitív különbséget. Ezekből  $\frac{15 \cdot 16}{2} = 120$  van, mindegyik kisebb; mint 100, tehát vannak egyenlő különbségek.

Ha van három egyenlő különbség, akkor kiválasztható közülük kettő, amelyekben különböző számok különbségét képeztük. Legyen ugyanis  $a_i - a_j = a_k - a_l = a_m - a_n$ ,  $a_i < a_k < a_m$ . Az első és második pár csak akkor nem jó, ha  $a_i = a_l$ , az első és harmadik pedig akkor, ha  $a_i = a_n$ . Ez a két eset egyszerre nem teljesülhet, így a kívánt kiválasztás mindig lehetséges.

Ha nincs három egymással egyenlő különbség, akkor van legalább 21, amely kétszer lép fel. Tegyük fel indirekte, hogy a különbségpárok között nincs olyan, melyben négy különböző szám szerepelne. Ekkor mind a 21 pár  $a_i - a_m$ ,  $a_m - a_j$  alakú volna. Mivel  $a_m$  legfeljebb 16 különböző értéket vehet fel (valójában 14-et, mert  $a_m$  a legkisebb és a legnagyobb nem lehet), volna olyan  $a_m$  amely két különbségpárban is szerepel:  $a_i > a_k$ -ra  $a_i - a_m = a_m - a_j$  és  $a_k - a_m = a_m - a_l$ . Ezekből  $a_i - a_k = a_l - a_j$  a különböző  $a_i, a_j, a_k, a_l$  számokra, ami ellentmond az indirekt feltevéseknek. Így a 16 szám közül minden esetben kiválasztható négy olyan különböző, amelyre  $a_i + a_j = a_k + a_l$ .

*Katona Gyula* (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)  
dolgozata alapján