

Jelöljük az m db egyessel felírt számot M -mel. Megmutatjuk, hogy nincs M -nek olyan pozitív többszöröse, amelyben a számjegyek összege m -nél kisebb. Tegyük fel, hogy mégis létezik ilyen többszörös, a legkisebbet jelöljük T -vel. M -nek a 10^m -nél kisebb többszörösei az m db egyforma számjegyből álló számok. Ezek nyilván nem jók, így $T = 10^m \cdot A + B$ alakban írható, ahol $A > 0$ és $0 \leq B < 10^m$. Az $L = A + B$ számra $T - L = (10^m - 1)A = 9MA$. Így L is többszöröse M -nek, hiszen $M|T$ és $M|T - L$. Az L számjegyeinek összege legfeljebb annyi, mint T jegyeinek összege, hiszen $A + B$ jegyeinek összege nem haladhatja meg A jegyeinek és B jegyeinek összegét. Ez a szokásos összeadási eljárásból következik: ahol nincs átvitel, ott a számjegyösszeg nem változik, míg átvitelnél a számjegyösszeg kilencsel csökken. Ezzel azt kaptuk, hogy L az M -nek olyan többszöröse, melyre $L < T$ és L jegyeinek összege m -nél kisebb. Ez ellentmond T minimális voltának, amivel az állításunkat bizonyítottuk.

Megyesi Gábor (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o. t.)