Megmutatjuk, hogy minden pozitív egész n-re léteznek megfelelő f és g polinomok. Képezzük az összes

$$(-1)^{a_1}x_1 + \ldots + (-1)^{a_n}x_n$$

alakú elsőfokú n változós polinomot, ahol $a_i \in \{1, 2\}$, $i = 1, \ldots, n$. Legyen $h(x_1, \ldots, x_n)$ az összes ilyen n változós polinom szorzata. Mivel $(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$ szerepel $h(x_1, \ldots, x_n)$ előállításában tényezőként, azért

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{h(x_1, \ldots, x_n)}{(x_1, + \ldots + x_n)}$$

is n változós polinom. Állítjuk, $h(x_1, \ldots, x_n)$-ben minden változónak csak páros kitevőjű hatványa szerepel. Tekintsük például az x_1 változót. Egy $\big(x_1 + (-1)^{a_2}x_2 + \ldots + (-1)^{a_n}x_n\big)$ tényezővel együtt az $\big(-x_1 + (-1)^{a_2}x_2 + \ldots + (-1)^{a_n}x_n\big)$ tényező is szerepel $h(x_1, \ldots, x_n)$ előállításában, ezért $h(x_1, \ldots, x_n)$ éppen az összes

$$\big[(-1)^{a_2}x_2 + \ldots + (-1)^{a_n}x_n\big]^2 - x_1^2$$

alakú másodfokú polinom szorzata, ahol $a_i \in \{1, 2\}$, $i = 2, \ldots, n$. Tehát $h(x_1, \ldots, x_n)$-ben x_1 csak páros kitevőn szerepel. Hasonlóan igazolható, hogy minden $i \le n$-re x_i-nek csak páros kitevőjű hatványai fordulnak elő. Ezért van olyan $g(x_1, \ldots, x_n)$ polinom, melyre $g(x_1^2, \ldots, x_n^2) = h(x_1, \ldots, x_n)$; és ekkor

$$(x_1 + \ldots + x_n) \cdot f(x_1, \ldots, x_n) = g(x_1^2, \ldots, x_n^2).$$