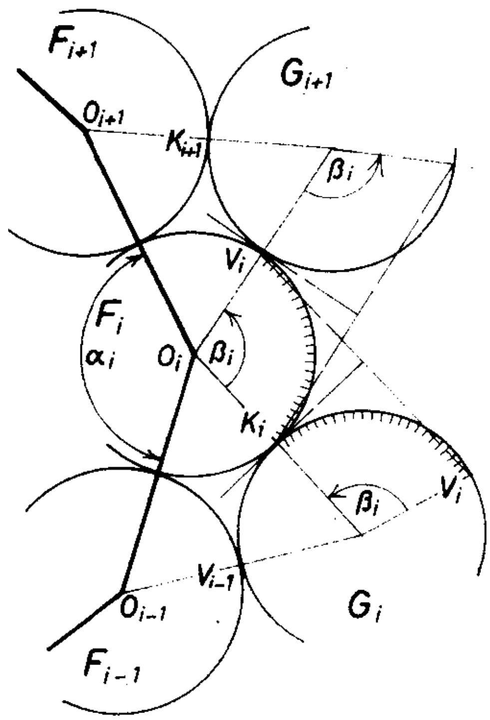
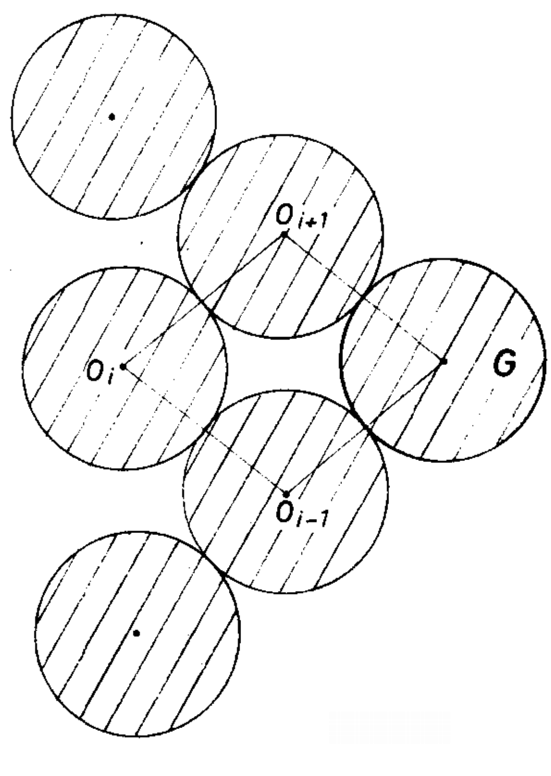
Jelöljük F_i határoló körének középpontját O_i-vel. Az érmék érintkezése folytán az $O_1O_2\dots O_n$ zárt sokszög (poligon) minden oldala egyenlő az érmek átmérőjével, ezt választjuk hosszúságegységnek. A síkra való lerögzítés kimondatlanul is azt jelenti, hogy az érmék nem fedik át egymást, bármely i és j indexpárra $O_iO_j \geq 1$, így az $O_1\dots O_n$ egyenlő oldalú poligon kerülete nem metszi át önmagát, és beszélhetünk a poligon körüljárási irányáról. Legyen az O_1, O_2, ..., O_n körüljárás pozitív irányú.

Célszerű a gördülés leírásában kiemelni G-nek azokat a helyzeteit, amelyekben éppen két érintkező egyforintost érint, és átvált az F_i-re való támaszkodásról az F_{i+1}-re való támaszkodásra. Legyen ebben a helyzetben G határoló körének középpontja G_{i+1} nevezzük ezt a G érme $(i+1)$-edik *nyugvópontjának*. Ekkor $O_iO_{i+1}G_{i+1}$ egységnyi oldalú szabályos háromszög, tehát a nyugvóponti helyzeteket – határoló körüket – előre megrajzolhatjuk.



1. ábra

A föltevés szerint az $O_iO_{i+1}G_{i+1}$ háromszög nem fedi át a közvetlen megelőző $O_{i-1}O_iG_i$ háromszöget, és így a G_i-t, G_{i+1}-et tartalmazó $O_{i-1}O_iO_{i+1}$ szögtartomány legalább $2\cdot 60^\circ = 120^\circ$ – különben ugyanis G az F_{i-1}-ről közvetlenül F_{i+1}-re jutna át, nem érintené F_i-t (2. ábra).



2. ábra

Tehát az O-poligon O_i-nál levő belső szöge legföljebb 240°-os.

Az O_iG_i és O_iG_{i+1} szakasz kimetszi F_i kerületéből azt a K_i, ill. V_i pontot, amelyek közötti ív pontjaira G támaszkodni fog; K_i lesz a kezdőpont, V_i a végpont.

Legyen az utóbbi pontnak a tükörképe az F_i-hez K_i-ben fektetett érintőre nézve V_i', ekkor V_i' már az érme i-edik nyugvópontjában kijelöli G-nek azt a pontját, amellyel az $(i+1)$-edik nyugvópontban fog F_i-nek V_i végpontjára támaszkodni. A gördülés ugyanis azt jelenti, hogy a K_iV_i és K_iV_i' ívek egyenlő hosszúak, így a sugarak egyenlősége alapján a hozzájuk tartozó $K_iO_iV_i$ és $K_iG_iV_i'$ középponti szögek is egyenlők. Forgásszögnek tekintve az előbbi pozitív, az utóbbi negatív. Ez azt jelenti, hogy a $V_i'G_iK_i = \beta_i$ forgásszög pozitív.

Azt állítjuk, hogy a G_i és G_{i+1} nyugvópontok közti átgördülés hatására G a $K_iO_iV_i = \beta_i$ forgásszög 2-szeresével fog elfordulni. Ugyanis a gördülés két forgásból áll össze. Ha a G_i körüli kört β_i-vel elfordítjuk, a G_{i+1} körüli körbe, evvel még csak K_i' jut érintkezésbe V_i-vel. Ezt követi a G_{i+1} körüli forgás a $V_i'G_iK_i' = \beta_i$ nagyságú szöggel, ez után esik egybe V_i' a V_i ponttal.

Láthatóan $\beta_i = 360° - 2\cdot 60° - \alpha_i = 240° - \alpha_i$, ahol $\alpha_i = O_{i-1}O_iO_{i+1}$ belső szög.

Az $F_1 \ldots F_n$ érmekoszorú körüli teljes átgördüléskor G-nek *minden* sugara

$$2(\beta_1+\beta_2+\ldots+\beta_n) = 2n\cdot 240° - 2(\alpha_1+\ldots+\alpha_n)$$

szöggel fordul el. Mivel pedig

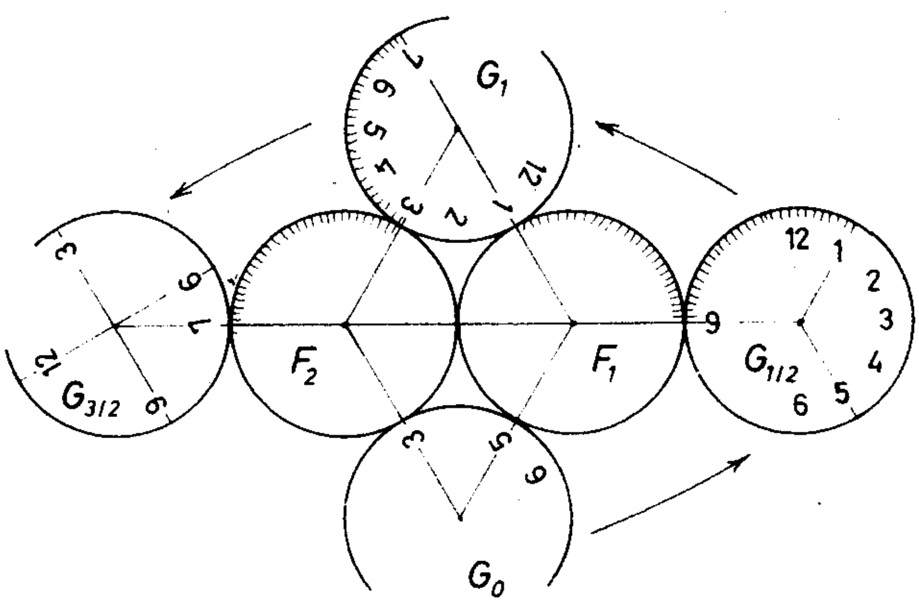
$$480° = \frac{4}{3}360° \quad \text{és} \quad \alpha_1+\ldots+\alpha_n = (n-2)180°,$$

azért az elfordulás a 360°-nak

$$\frac{4n}{3} - (n-2) = \frac{n}{3} + 2\text{-vel}$$

való szorzata. G Tehát $2 + n/3$ fordulatot tesz a saját középpontja körül.

Eredményünk már $n = 2$ esetén is érvényes, a 2 oldalú sokszögnek mindkét szöge 0°. Az $n = 1$ esetben – mint közismert – 2 fordulatot tesz G, míg körüljárja F_1-et (3. ábra).



3. ábra

Megjegyzés. Az érméknek a síkra való lerögzítése azt is jelenti, hogy az $O_1O_2\ldots O_n$ sokszögnek minden belső szöge legalább 60°, erre azonban nem volt szükség a számításban.