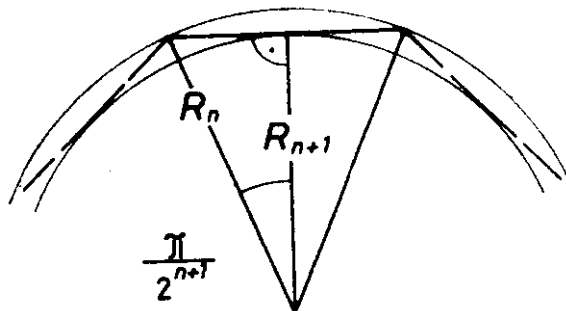


Az  $n$ -edik körbe egy  $2^{n+1}$ -szöget írunk, ebben egy oldalhoz tartozó középponti szög  $\frac{\pi}{2^n}$ .



A szögfelező egyenese merőleges az oldalra, így tehát – amint az ábráról is leolvasható:

$$\frac{R_{n+1}}{R_n} = \cos \frac{\pi}{2^{n+1}} = \frac{\sin \pi/2^n}{2 \sin \pi/2^{n+1}},$$

a  $2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha$  összefüggés alapján. Tudjuk, hogy  $R_1 = 1$ , tehát

$$R_n = \frac{R_n}{R_{n-1}} \cdot \frac{R_{n-1}}{R_{n-2}} \cdot \frac{R_{n-2}}{R_{n-3}} \cdot \dots \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{R_2}{R_1} = \frac{\sin \pi/2}{2^{n-1} \sin \pi/2^n} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\pi/2^n}{\sin \pi/2^n}.$$

Mivel  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{2^n} = 0$ , és  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$ , azért

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = \frac{2}{\pi} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi/2^n}{\sin \pi/2^n} = \frac{2}{\pi}.$$

A keresett határérték tehát  $2/\pi$ .