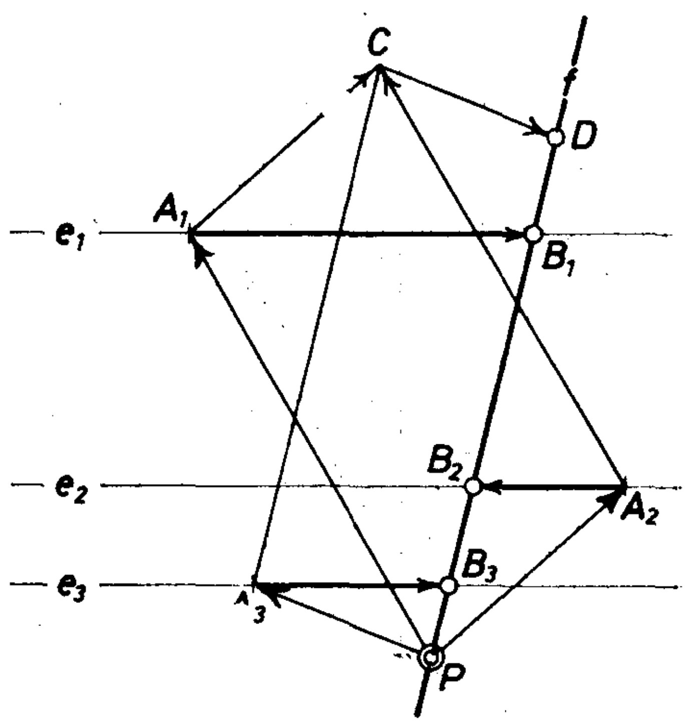
A kívánt összefüggés bal és jobb oldalának különbségéhez (ami egy 0 vektor) adjuk hozzá a $\overrightarrow{B_1P}+\overrightarrow{B_2P}-\overrightarrow{B_3P}$ vektort, majd végezzük el a lehetséges összevonásokat:

$$
\begin{aligned}
&\overrightarrow{A_1B_1}+\overrightarrow{A_2B_2}-\overrightarrow{A_3B_3}+\overrightarrow{B_1P}+\overrightarrow{B_2P}-\overrightarrow{B_3P}=\\
=&(\overrightarrow{A_1B_1}+\overrightarrow{B_1P})+(\overrightarrow{A_2B_2}+\overrightarrow{B_2P})-(\overrightarrow{A_3B_3}+\overrightarrow{B_3P})=\\
=&\overrightarrow{A_1P}+\overrightarrow{A_2P}-\overrightarrow{A_3P}=\overrightarrow{B_1P}+\overrightarrow{B_2P}-\overrightarrow{B_3P},
\end{aligned}
$$

azaz

$$\overrightarrow{PA_1}+\overrightarrow{PA_2}-\overrightarrow{PA_3}=\overrightarrow{PB_1}+\overrightarrow{PB_2}-\overrightarrow{PB_3}. \tag{1}$$



Mivel a B_1, B_2, B_3 és P pontok rajta lesznek a keresett f egyenesen, azért a jobb oldali vektor egyenese maga az f egyenes. Másrészt ha C és D azok a pontok, amelyekre PA_1CA_2 és PA_3CD paralelogrammák, akkor a bal oldal az adatokból megszerkeszthető $\overrightarrow{PD}$ vektor, tehát ennek az egyenese éppen az, amit szerkesztenünk kellett.

Az így létrejött B_i pontokra ($i=1,2,3$) teljesül (1), és így a vele ekvivalens $\overrightarrow{A_1B_1}+\overrightarrow{A_2B_2}=\overrightarrow{A_3B_3}$ is.

Ha PD párhuzamosnak adódik az e_i egyenesekkel, akkor a B_i pontok nem jönnek létre, és a feladatnak nincs megoldása.

Ha pedig D azonosnak adódik P-vel, vagyis ha a P, A_1, A_3, A_2 pontok ebben a sorrendben egy paralelogramma csúcsai, akkor végtelen sok megoldás van: minden, a P-n átmenő egyenes megfelel, kivéve az, amely párhuzamos e_i-vel.

Hetyei Gábor (Pécs, Leöwey K. Gimn., IV. o. t.)
dolgozata alapján