Alakítsuk át a $\left[(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})^2\right]$ kifejezést!

$$\left[(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})^2\right]=\left[2k+1+2\sqrt{k(k+1)}\right]=2k+1+\left[2\sqrt{k(k+1)}\right],$$

hiszen egész szám az egészrész-jel alól kiemelhető. Belátjuk, hogy $2k \leq 2\sqrt{k(k+1)} < 2k+1$, amiből $\left[2\sqrt{k(k+1)}\right]=2k$ azonnal adódik. Mivel csupa pozitív számról van szó, az utóbbi egyenlőtlenségpár ekvivalens a

$$4k^2 \leq 4k(k+1) < 4k^2+4k+1$$

egyenlőtlenséggel, és ez nyilván teljesül A fentiek szerint $\left[(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})^2\right]=4k+1$, így

$$\sum_{k=1}^{n}\left[(\sqrt{k}+\sqrt{k+1})^2\right]=\sum_{k=1}^{n}(4k+1)=4\frac{n(n+1)}{2}+n=2n^2+3n,$$

és ezt kellett bizonyítani.