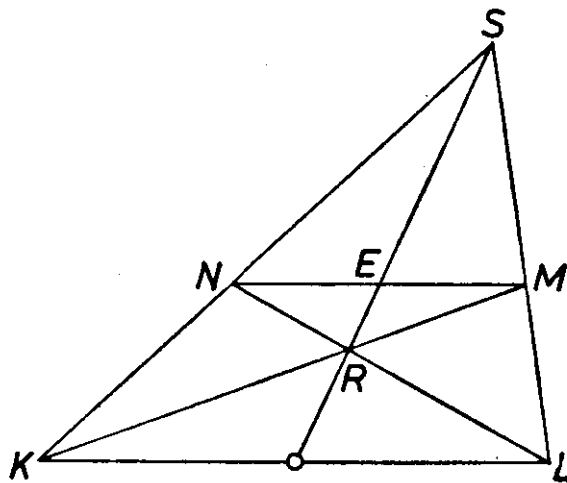


Az adott egyenesek egy  $ABCD$  paralelogrammát határoznak meg, megrajzolva ennek  $AC$  és  $BD$  átlóit,  $E$  metszéspontjuk mindegyiket felezi. Ezzel lehetőségünk nyílt arra, hogy – az alábbi tétel és egyik megfordítása alapján – a kérdéses  $k$  körben szerkeszthessünk két, az  $AC$ -vel párhuzamos és egymástól különböző hosszúságú húrt, továbbá ezekből közös felező merőlegesüket, ami a körnek az  $AC$ -re merőleges szimmetriatengelye, tehát tartalmazza  $k$ -nak  $O$  középpontját.

Ugyanezzel az eljárással kapjuk a kör  $BD$ -re merőleges átmérőjének egyenesét, és ez az előbbiből kimetszi  $O$ -t. A metszéspont egyértelműen létrejön, hiszen az  $AC$  és  $BD$  egyenesek különböző irányúak.

A segédétel így hangzik. Ha a  $KLMN$  négyszög olyan konvex trapéz, melyben  $MN \parallel KL$  és  $MN < KL$ , a  $KM$  és  $LN$  átlók metszéspontja  $R$  és a  $KN$ ,  $LM$  félegyenesek metszéspontja  $S$ , akkor az  $SR$  egyenes felezi a  $KL$ ,  $MN$  alapokat. – A tételt a tervbe vett eljárások második ütemében használjuk, a szerkesztendő húrok speciálisan szimmetrikus trapézt határoznak meg, Így az  $SR$  egyenes megfelelője merőlegesen felezi őket, ezért. adja a trapéz szimmetriatengelyét, a mondott átmérőt.



A tételnek a következő megfordítását használjuk a húrok egyeneseseinek szerkesztésében: ha adott az  $MN$  szakasz az  $E$  felezőpontjával együtt és a síknak egy, nem az  $MN$  egyenesen fekvő  $K$  pontja, akkor megválasztva a  $KN$  félegyenesnek egy, az  $N$ -től különböző tetszőleges  $S$  pontját (legyen  $KS > KN$ ), továbbá megszerkesztve az  $MK$  és  $ES$  egyenesek  $R$ , valamint az  $NR$ ,  $SM$  egyenesek  $L$  metszéspontját, a  $KL$  egyenes párhuzamos  $MN$ -nel.

Ennek alkalmazásában  $MN$  szerepére előbb az  $AC$ , majd a  $BD$  átlót választjuk,  $K$  szerepére pedig  $k$ -nak 2–2 tetszőleges pontját.

A leírt eljárást – a  $K$ , ill.  $S$  pont szabad választására tekintettel – minden lehetséges helyzetben alkalmazhatjuk. Akkor is, ha a papírlap véges, a síknak konvex tartománya (a feltevés szerint ezen van a kör), de ekkor a párhuzamos egyenespárok alkotta paralelogramma csúcsait is tartalmaznia kell a lapnak, ezek nélkül nincs felezett szakaszunk. Vonalzónkat – szokás szerint – tetszőleges hosszúnak képzeljük. Ha a 2 párhuzamos húr hossza nem adódna lényegesen különbözőnek, s emiatt  $S$  kiesne a papírlapról, egyik húrt fölcserélhetjük kedvezőbbel.

Adódhat  $k$ -nak olyan kedvező felvétele is, hogy nincs is szükség a paralelogramma csúcsaira, ha ti. a kör mind a 4 adott egyenest metszi és a párhuzamos húrok nem egyenlők.

*Megjegyzések.* 1. A felhasznált tétel és a megfordítás bizonyításától eltekintettünk.

2. Kellő körültekintés nélkül úgy tűnhet, hogy tételeink alapján nem lehet párhuzamost szerkeszteni adott iránnyal az  $MN$  egyenes pontjain át, speciálisan  $E$ -n át sem. Vegyük azonban észre, hogy megkapjuk tetszőleges  $K$  révén a  $KL$  szakasz felezőpontját is, az már nincs  $MN$ -en, és használható  $MN$  helyett.

Az  $ABCD$  paralelogramma  $E$  középpontján átmenő tetszőleges irányú egyenesen is kapunk felezett szakaszt, kettőt is.

3. Többen észrevették, hogy ez a feladat – minimális eltéréssel – egyezik az F. 2288. feladattal, aminek a megoldása a KöMaL 62. kötet 198. oldalán olvasható (1981. májusi szám).