

Számtani közép esetén a feltételekből nem következik az állítás. Erre elég egy példát mutatni. Írjunk a még üres papír tetszőleges mezőjébe nullát, e mező fölé és alá is nullát, tőle jobbra (+1)-et, balra (-1)-et. A kitöltést úgy folytassuk, hogy minden mezőbe olyan szám kerüljön, ami megegyezik az alatta, illetve fölötte levővel ill. 1-gyel nagyobb a tőle balra levőnél, a tőle jobbra levőnél pedig 1-gyel kisebb. Még ellenőriznünk kell, hogy teljesülnek-e a feltételek. Minden mezőbe írtunk számot, és az egész szám volt. Most tekintsünk egy tetszőleges mezőt! Ha az ebben levő szám n , akkor ennek szomszédságában – a kitöltés szerint $-n$, $n + 1$, n , $n - 1$ számok állnak, ezek számtani közepe pedig n .

Tekintsünk egy tetszőleges, a mértani közepes feltételek szerint kitöltött papírt. Minden mezőben négy szám mértani közepe áll, azaz a négy szám szorzatának negyedik gyöke. Tehát negatív számok nem szerepelhetnek a kitöltésben. Mivel a mezőkben csak nemnegatív egész számok állhatnak, van közöttük olyan, amelyiknél nincs kisebb. Nézzük az összes ilyet, ezek közül válasszunk ki egyet, ez legyen n , ennek szomszédai a , b , c , d . Ekkor a feltételek szerint $n = \sqrt[4]{abcd}$ és n választása miatt $a \geq n$, $b \geq n$, $c \geq n$, $d \geq n$. Ez pedig vagy úgy lehet, hogy mindenhol egyenlőség áll, vagy ha $n = 0$. De ha $n = 0$, akkor a , b , c , d mindegyike is nulla, mert az ezek szomszédaira fölrít mértani közép tényezői közt szerepel $n = 0$, tehát így is az első esethez jutottunk. De ha $a = b = c = d = n$, akkor a , b , c , d is legkisebb, tehát ezeket is választhattuk volna n -nek, így pedig kiderül, hogy minden mezőben egyforma számnak kell állnia. Tehát mértani közép esetén következik a feltételekből az állítás.

(Sz. N. Cs.)