

Legyen  $a_{j-1}$  és  $a_j$  legkisebb közös többszöröse  $t \leq n$ . Ekkor  $t/a_{j-1}$  és  $t/a_j$  különböző egész számok, és közülük az első a kisebb, azaz

$$1 \leq \frac{t}{a_j} - \frac{t}{a_{j-1}} \leq \frac{n}{a_j} - \frac{n}{a_{j-1}}.$$

Ezeket az egyenlőtlenségeket  $j = 2, 3, \dots, i$ -re a nyilvánvaló  $1 \leq n/a_1$  egyenlőtlenséghez hozzáadva kapjuk, hogy

$$i \leq \frac{n}{a_1} + \left( \frac{n}{a_2} - \frac{n}{a_1} \right) + \dots + \left( \frac{n}{a_i} - \frac{n}{a_{i-1}} \right) = \frac{n}{a_i};$$

amit bizonyítanunk kellett.

*Megjegyzés.* Ha  $n = k!$  és  $a_i = \frac{n}{i}$ , akkor a feltételben is és az állításban is épp az egyenlőség teljesül, tehát az állítás nem javítható.