

Jelöljük $(\operatorname{tg} x_i)$ -t y_i -vel, ezzel egyenletrendszerünk a következőképpen alakul:

$$(2) \quad \begin{aligned} y_i + \frac{3}{y_i} &= 2y_{i+1} & (i = 1, 2, \dots, n-1); \\ y_n + \frac{3}{y_n} &= 2y_1. \end{aligned}$$

Ha ennek van megoldása, akkor $y_i \neq 0$, továbbá ha y_1, y_2, \dots, y_n egy megoldás, akkor $-y_1, -y_2, \dots, -y_n$ is megoldás. Ezért feltehetjük, hogy $y_1 > 0$ és ekkor (2) alapján $y_i > 0$ minden i -re. A számtani és mértani középre vonatkozó összefüggés alapján (2) bal oldalára

$$y_{i+1} = \frac{y_i + \frac{3}{y_i}}{2} \geq \sqrt{3},$$

azaz $y_i \geq \sqrt{3}$, ezért $3/y_i \leq \sqrt{3}$ minden $1 \leq i \leq n$ -re. Adjuk most össze a (2) alatti n darab egyenletet. Mindjárt rendezve

$$\frac{3}{y_1} + \frac{3}{y_2} \dots + \frac{3}{y_n} = y_1 + y_2 + \dots + y_n.$$

A bal oldal értéke legfeljebb a $n\sqrt{3}$, a jobb oldalé legalább $n\sqrt{3}$, és egyenlőség csak úgy állhat, ha $y_i = \sqrt{3}$ minden i -re.

Következésképp (2)-nek két megoldása van: $y_1 = y_2 = \dots = y_n = \sqrt{3}$, illetve $y_1 = y_2 = \dots = y_n = -\sqrt{3}$. Az eredeti egyenletrendszer megoldásai tehát mindazok az x_1, x_2, \dots, x_n szám n -esek, melyekre $\operatorname{tg} x_1 = \operatorname{tg} x_2 = \dots = \operatorname{tg} x_n = \sqrt{3}$, azaz $x_i = 60^\circ + k_i \cdot 180^\circ$ (k_i egész) vagy pedig $\operatorname{tg} x_1 = \operatorname{tg} x_2 = \dots = \operatorname{tg} x_n = -\sqrt{3}$, azaz $x_i = -60^\circ + l_i \cdot 180^\circ$ (l_i egész).

Megjegyzés. Az $y_{i+1} = (y_i + 3/y_i)/2$ képlet az ún. Newton iterációs képlete $\sqrt{3}$ meghatározásához. Tetszőleges pozitív y_1 értékből kiindulva az y_2, y_3 stb. értékek egyre jobban megközelítik $\sqrt{3}$ -at, negatív y_1 értékből indulva pedig $-\sqrt{3}$ -at. Ezért a sorozatban két egyenlő tag csak úgy fordulhat elő, ha az összes tag $\sqrt{3}$ -mal (illetve $-\sqrt{3}$ -mal) egyenlő.