Tekintsük a pozitív racionális számoknak a következő H részhalmazát: H-ban minden ilyen szám benne van, kivéve az 1 és $1/2$ számokat. Állítjuk, hogy H teljes.

Valóban ha $p/q \in H$, akkor $p/(p+q)$ és $q/(p+q)$ is pozitív racionális szám. Továbbá mivel sem p, sem q nem nulla, azért ez utóbbi számok egyike sem 1. Másrészt $p \neq q$ (mert $1 \notin H$), tehát $p/(p+q)$ és $q/(p+q)$ egyike sem $1/2$, s így ezek H elemei.

A keresett r racionális számok nem lehetnek H-ban, hiszen maga H mutatja, hogy ezekre a mondott feltétel nem teljesül. Így r-nek legfeljebb két értéke lehet: 1, és $1/2$, állítjuk, hogy ezek jók. Mivel egy T teljes halmazra $1 \in T$ esetén $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \in T$ is teljesül, elegendő megmutatnunk, hogy ha $1/2$ benne van egy T teljes halmazban, akkor minden 0 és 1 közötti racionális szám is benne van.

Legyen tehát T tetszőleges teljes halmaz, és tegyük fel, hogy $1/2 \in T$. Az n-re vonatkozó teljes indukcióval látjuk be, hogy minden $1 \leqq k < n$-re a k/n tört eleme T-nek. $n = 2$-re ez a feltevésünk alapján igaz. Tegyük fel, hogy T tartalmaz minden n-nél kisebb nevezőjű, 0 és 1 közé eső racionális számot. Ha $\frac{n-k}{k}$ vagy $\frac{k}{n-k}$ eleme T-nek, ebből már következik, hogy $k/n \in T$. Mivel ezek egymás reciprokjai, az egyik kisebb 1-nél, és mivel mindkettő nevezője kisebb n-nél, benne is van T-ben. Ez igazolja állításunkat.