Jelöljük az a-val, c-vel szemközti szöget α-val, γ-val, a háromszög köré írt kör sugarát r-rel. Helyettesítsük a

$$c^2 = a^2 + 2b^2 \cos\beta \tag{1}$$

feltételbe az

$$a = 2r\sin\alpha, \quad b = 2r\sin\beta, \quad c = 2r\sin\gamma$$

összefüggéseket, kapjuk az (1)-gyel ekvivalens

$$\sin^2\gamma - \sin^2\alpha = 2\sin^2\beta\cos\beta \tag{2}$$

feltételt. Itt

$$\begin{gathered}2\sin\beta\cos\beta = \sin 2\beta \quad \text{és} \quad \sin^2\gamma - \sin^2\alpha = \\ = (\sin^2\gamma - \sin^2\gamma\sin^2\alpha) - (\sin^2\alpha - \sin^2\alpha\sin^2\gamma) = \\ = \sin^2\gamma\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\cos^2\gamma = \sin(\gamma+\alpha)\sin(\gamma-\alpha).\end{gathered}$$

Mivel $\sin(\gamma+\alpha) = \sin\beta \neq 0$, végül is az (1)-gyel és (2)-vel ekvivalens

$$\sin(\gamma-\alpha) = \sin 2\beta \tag{3}$$

feltételt kapjuk, ami viszont általában azt jelenti, hogy

$$\gamma - \alpha = 2\beta + k\cdot 360^\circ, \tag{4a}$$

vagy

$$\gamma - \alpha + 2\beta = 180^\circ + k\cdot 360^\circ, \tag{4b}$$

ahol k alkalmas egész szám. Mivel azonban esetünkben α, β, γ egy háromszög szögei, k értéke mindkét esetben csak 0 lehet, és (4a)-ból az $\alpha = 180 - \beta - \gamma$ helyettesítéssel kapjuk, hogy

$$\gamma = \frac{\beta}{2} + 90^\circ, \quad \alpha = 90^\circ - \frac{3}{2}\beta, \quad 0^\circ < \beta < 60^\circ, \tag{5a}$$

(4b)-ből pedig a $\gamma = 180^\circ - \beta - \alpha$ helyettesítéssel kapjuk, hogy

$$\alpha = \frac{\beta}{2}, \quad \gamma = 180^\circ - \frac{3}{2}\beta, \quad 0^\circ < \beta < 120^\circ. \tag{5b}$$

Megjegyzés. A feladat az „Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából” című példatár 2057. számú feladatával kapcsolatos, mely valami sajtóhiba folytán azt kéri igazolni, hogy ha $3\beta + 2\gamma = 180^\circ$, akkor $a^2 - c^2 = (1+c)b^2$, pedig a jobb oldalon c helyett c/a-nak kellene állnia.