Jelöljük a futamban részt vevő autók számát n-nel, és $e_{i,j}$-vel azoknak az előzéseknek a számát, melyben az i sorszámú autó elhagyja a j sorszámút ($1 \leqq i,\, j \leqq n,\, i \neq j$). Legyen még k_i az i-edik autó által megtett körök száma. Állítjuk, hogy

$$e_{j,i} - e_{i,j} = k_i - k_j. \tag{1}$$

Valóban, tegyük fel, hogy $k_i \geqq k_j$ (a másik eset hasonlóan kezelhető), és képzeljük el, hogy az i-edik autóban ülünk. A futam végéig mi összesen $e_{i,j}$-szer hagytuk le a j-edik autót, az pedig összesen $e_{j,i}$-szer ment el mellettünk. Így $(e_{j,i} - e_{i,j})$-szer „köröztük le", vagyis ennyivel több kört tettünk meg, mint a j-edik autó.

A futamban összesen $\sum\limits_{(i,j)} e_{i,j}$ előzés történt, ez pedig

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (e_{i,j} + e_{j,i}) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (e_{i,j} - e_{j,i}) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} e_{j,i},$$

és (1) alapján ugyanolyan párosságú, mint a

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} (k_i - k_j) = (n-1)k_1 + (n-3)k_2 + \ldots + (-n+3)k_{n-1} + (-n+1)k_n$$

kifejezés. Esetünkben $n = 25$ páratlan, tehát a jobb oldalon mindegyik k_i, egy páros számmal van szorozva. Ez az érték tehát páros. Ezzel bizonyítottuk, hogy a futamban páros sok előzés történt.

Megjegyzések. 1. Annyit használtunk csak ki, hogy az autók száma páratlan, így az állítás minden páratlan számú autóra érvényes. Páros sok autó esetén könnyen találhatunk ellenpéldát: ha egyetlen autó lekörözi a többit, nyilván páratlan sok előzést végez.

2. Sokan azon törték a fejüket, vajon hogyan bonyolítják le a feladatban említett próbafutamot. Többen feltételezték, hogy minden autó ugyanannyi kört tesz meg. Ez esetben a résztvevő autók számától függetlenül mindig páros sok előzés történik.