Pólya György: A problémamegoldás iskolája I. kötet, Tankönyvkiadó, Budapest 1967, 228 old., 28,50 Ft.

Egy város egy pontjáról egy másik, ismeretlen pontjára eljuthatunk úgy is, hogy közben nem tudjuk előre: az érintett utcák közelebb visznek-e a célhoz. Nyilvánvaló, hogy sokkal biztosabb a célhoz jutásunk, ha egyes lépéseinkről előre látjuk, hogy azok a célhoz vezetnek.

Pólya György professzor könyve a problémák megoldásának útjairól ad elemzést, azzal a céllal, hogy egy-egy feladat megoldásakor világosabban lássuk: melyik módszer visz előre, melyik nem. Természetesen a szerző maga figyelmeztet: „Nem adhatok kulcsot, amely minden ajtót megnyit és minden problémát megold, de adhatok utánozható jó példákat és sok alkalmat a gyakorlásra." A könyv első részében ilyen „utánozható, jó példákat" talál az olvasó és mindjárt ezek megoldás-típusainak elemzését. Lássunk néhány kiragadott, érdekes példát.

Szerkesztési feladatok megoldásának gyakori módszere: először az egyik feltételnek eleget tevő pontok mértani helyét keressük meg, azután a másik feltételnek eleget tevő pontok mértani helyét, mindkét feltételnek a két mértani hely közös pontjai tesznek eleget (két mértani hely megoldástípus).

Ha egy probléma megoldásának ismeretében meg tudjuk adni egy másik probléma megoldását, ezek ismeretében egy harmadikét és így tovább, akkor az ún. rekurzív módszerrel dolgozunk. A szerző pl. a négyzetszámok összegére ismert képletet olyan módszerrel bizonyítja, hogy ezt alkalmazva a négyzetszámok összegéből a természetes számok harmadik, abból a negyedik hatványainak összege számítható ki és így tovább; vagy : a kéttagúak nem negatív egész kitevőjű hatványaiban szereplő binomiális együtthatókat az ún. Pascal-háromszögbe szokták rendezni, valamelyik sorba az együtthatókat az előző sorban álló együtthatók felhasználásával lehet kiszámítani (tehát rekurzív módon). Ezen a módszeren kívül a binomiális együtthatók értelmezésére nagyon szellemes mértani értelmezést is mutat a szerző (hányféleképpen lehet egy ügyes ábráról leolvasni az ABRAKADABRA szót), továbbá explicit képletet is.

A Szuperpozíció c. fejezetben azt elemzi, hogyan lehet speciális esetből a bonyolultabbat felépíteni (pl. az n adott ponton átmenő, legfeljebb $(n-1)$-edfokú racionális egész függvény Lagrange-féle alakja, vagy a jól ismert összefüggés a kör középponti és kerületi szögei közt).

A II. rész tulajdonképpen a könyv készülő II. kötetéből a két bevezető fejezetet tartalmazza, a problémamegoldás néhány kérdését elemzi (a problémák osztályozása, az adatokat és az ismeretlent összekapcsoló feltétel, feltevés és következmény , a megoldás és a megoldásra vezető eljárás stb.). Kár, hogy ebben a részben talán kisebb az illusztráló példák száma, mint az I. részben.

A fejezetek végén feladatokat közöl a szerző, megoldásukat a könyv végén mutatja be.

Külön kell szólni arról, hogy a könyv milyen érdekes olvasmány. Szellemességével, színes előadásmódjával igen sok „száraz" stílusú matematikakönyvet felülmúl. Sok matematikai könyvben és előadásban szinte „nyomasztó" a matematika tökéletessége, mert a szerző vagy előadó mindig csak a készet, a tökéleteset, a már elért végeredményt mutatja. Pólya professzor sokkal élőbb matematikát mutat be. Látunk könyvében helytelen feltevést: elindul túl bonyolult módon, amelyet bonyolultsága miatt abbahagy; utólag értékeli a megoldását, sőt leszólja „deus ex machina" jellege miatt, majd kimutatja, hogy ugyanebből a megoldásból mégis jelentős általánosításra juthatunk; ugyanarra a feladatra különböző bizonyításokat vagy interpretálásokat ad; bőven illusztrálja anyagát nem-matematikai problémákkal is (a könyvben rejtvény is található); ötletes példákat ad (megkonstruál pl. egy tökéletes „dugót", amely kör, háromszög, négyzet alakú nyílás bedugaszolására egyaránt alkalmas). Színes, szellemes szövegének eleven, jóízű magyar nyelven való visszaadásában nagy szerepe van a könyv fordítójának, *Pataki Bélánénak* s a kontrollszerkesztő *Varga Tamásnak* is, sőt a magyar fordítást maga a szerző is gazdagította ötletekkel.

Kinek ajánlható a könyv? Hallottam olyan véleményt, hogy csak tanároknak, akiknek célszerű elemezniük azokat a módszereket, amelyekkel tanítványaikat egy-egy probléma megoldására rávezetik. Tagadhatatlan, hogy a könyv olvasása egy bizonyos szellemi érettséget igényel, hogy a feladataiban pl. egyetemi anyagot képviselő differenciálegyenlet is található. Az egyetemeken a tanári szakokon e munkát, kitűnő módszertani könyvként lehetne használni. Mégis, véleményem szerint haszonnal forgathatják e lap középiskolás olvasói is, az itt és a különböző versenyeken problémamegoldással aktívan foglalkozó diákoknak sem fog ártani, ha elemzik a megoldás módszereit (a számukra ismeretlen feladatokat legfeljebb ugorják át). Bárki bármilyen céllal olvassa e könyvet, a tanuláson kívül jól is fog szórakozni vele.

Lukács Ottó (Budapest)