Az $f(x) = ax^3 + x^2 - 4$ polinomnak a $0 < x < 2$ nyílt intervallumban pontosan egy gyöke van, hiszen $a > 0$ miatt $f(0) < 0 < f(2)$, és f ebben az intervallumban szigorúan monoton növekedő. Jelöljük ezt a gyököt α-val, ekkor $a = (4 - \alpha^2)/\alpha^3$. A $2 - ar \leqq \alpha$ egyenlőtlenség pontosan akkor áll fenn, ha $(2 - \alpha)/a \leqq r$, azaz $\alpha \neq 2$ miatt, ha

$$g(\alpha) = \frac{\alpha^3}{2 + \alpha} \leqq r.$$

A minimális r-et tehát úgy kaphatjuk meg, mint mindazoknak a $g(\alpha)$ függvényértékeknek a legkisebb felső korlátját, melyekre $0 < \alpha < 2$. (Ezekre az értékekre ugyanis $a = (4 - \alpha^2)/\alpha^3$ is pozitív.)

Ha $0 < u < v$, akkor

$$g(v) - g(u) = \frac{v^3}{2 + v} - \frac{u^3}{2 + u} = \frac{2(v^3 - u^3) + uv(v^2 - u^2)}{(2 + v)(2 + u)} > 0,$$

így a g függvény szigorúan monoton nő, és g folytonossága alapján a keresett érték $g(2) = 2$. Tehát a feltételeknek megfelelő minimális r értéke 2.

Drávucz Katalin (Szolnok, Verseghy F. Gimn., III. o. t.)