780. Egyenlő oldalú kúpba gömböt írunk, melyhez a kúp alapjával párhuzamos érintő síkot fektetünk. Az így keletkezett kúpba ismét gömböt írunk s í. t. Határozzuk meg a gömbök térfogatainak összegét, ha ama eljárást a végtelenig folytatjuk. A kúp oldalvonala $l = 2$.

781. Adva van egy parabola egyenlete: $y^2 = 18x$ és egy pontnak két coordinátája: $x_1 = 4,\ y_1 = 3$. Határozzuk meg ama húrnak egyenletét, mely a pont által feleztetik, továbbá a húr és a parabola által határolt idom területét.

Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$\frac{x^3 - y^3}{x^2y - xy^2} = 35,\ (y - x)^2 = xy - 1.$$

Adott r sugarú és O középpontú kör kerületét 12 egyenlő részre osztjuk s az osztási pontokat $A_1,\ A_2,\ A_3, \dots A_n$-nel jelöljük. A_1-ből OA_2-re merőlegest rajzolunk, melynek talppontja P_1; P_1-ből ismét merőlegest OA_3-ra s í. t. a végtelenig. Határozzuk meg az $A_1P_1 + P_1P_2 + P_2P_3 + \dots$ in inf. összeget.

Adva van egy ellipsis egyenlete $16x^2 + 25y^2 = 400$. Rajzoljunk az F_1 és F_2 gyújtópontokból az $M_1\Big(3,\ \dfrac{16}{5}\Big)$ érintési ponthoz tartozó érintőre merőlegeseket. Hogyan aránylik az ezen merőlegesek mint féltengelyek által meghatározott ellipsis területe az eredeti ellipsisbe írható kör területéhez?

Oldjuk meg az ABC háromszöget, ha adva van: $b + c = p = 170$ m, $\beta - \gamma = \delta = 64°12'45''$ és a háromszög köré írható kör sugara $r = 75{,}521$ m.

Határozzuk meg az $x-y+2 = 0$ egyenesnek ama pontját, mely az $M_0\Big(\dfrac{1}{2},\ 5\Big)$ ponttól és az $x-2y+2 = 0$ egyenestől egyenlő távolságban van.

Határozzuk meg a-t úgy, hogy az

$$x^2 + 2(3 + a)x - (3a^2 - 14a - 14) = 0$$

egyenlet gyökei 1. egyenlők, 2. valósak, 3. conjugált complexek legyenek.

Oldjuk meg a háromszöget, ha adva van a háromszög köré írható kör sugara $r = \dfrac{65}{4}$, továbbá $a + b = 54,\ \gamma = 67°22'48''$.

782. Szerkesszük meg a következő görbéket.

$$x^2 + y^2 = 225, \qquad x^2 - 30x + y^2 + 189 = 0.$$

Szerkesszük meg eme görbék közös érintőit, határozzuk meg eme érintők egyenleteit és az érintési pontok coordinátáit.

Egy mértani haladványnak 4 egymásra következő tagjából rendre $3,\ 4,\ 5\dfrac{1}{2}$ és 8-at levonva, egy számtani haladvány 4 tagját kapjuk. Melyik az eredeti haladvány?

Adva van két körnek az egyenlete:

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 36 \quad \text{és} \quad (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16.$$

Határozzuk meg a P pontot úgy, hogy a körökhöz rajzolt érintők hosszasága 7 legyen.

Egy egyenes csonka kúp palástfölülete akkora, mint az alapkörök területeinek külömbsége. Mekkora a csonka kúp köbtartalma, ha az alapkörök sugarai R és r? Milyen összefüggésnek kell a sugarak között fennállania, hogy a csonka kúpba gömböt írhassunk s hogyan aránylanak ez esetben a testek köbtartalmai?

783. Oldjuk meg a háromszöget, ha adva van egy szög $\gamma = 104°15'0{,}4''$, az ezen szöget bezáró oldalak viszonya $\dfrac{a}{b} = 2{,}88$, továbbá a harmadik oldalhoz tartozó magasság $m_c = 20$ cm.

Adott r sugarú gömb köré csonka kúpot írunk, melynek fölülete a gömb fölületének kétszerese. Mekkorák az alapok sugarai és a csonka kúp oldalvonala? A csonka kúpot jellemző trapéz megszerkesztendő.

Az $M_0(8, 6)$ pontból érintőket rajzolunk az $y^2 = 4x$ parabolához; mekkorák az érintési pontokhoz tartozó vezetősugarak?