

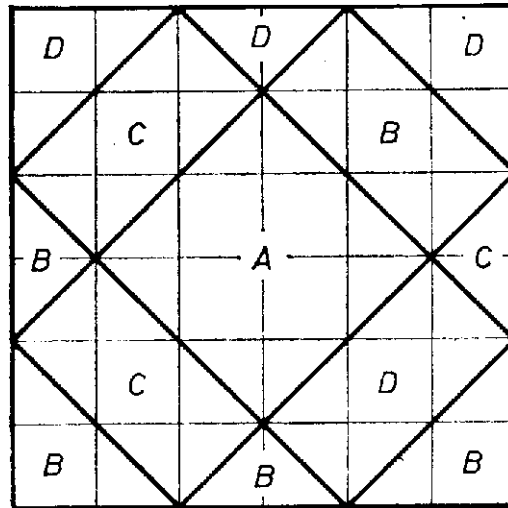
## Oktotó

(Rovatvezető: Tusnány Gábor)

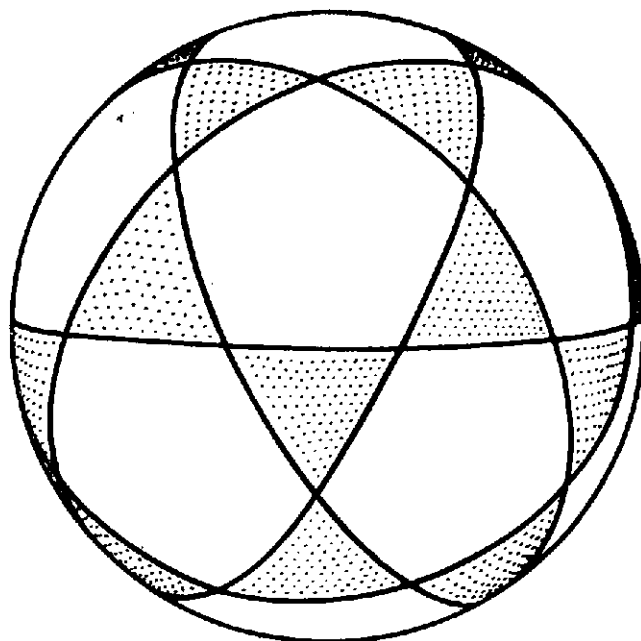
Az alábbi feladatokat bárki megoldhatja foglalkozásra és életkorra való tekintet nélkül. Tulajdonképpen nem is kell a feladatokat megoldani a szó hagyományos értelmében, elég megtippelni az eredményt. A tippet a mellékelt szelvényen, vagy hozzá hasonló táblázatban lehet beküldeni.

### Számtató

1. Melyik az a legkisebb, 3-mal osztható pozitív egész szám, amelyik 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 13-mal és 19-cel osztva egyet ad maradékul?
2. Egy 6 egység oldalú, négyzet alakú földdarabon 4 testvér osztozott az ábra szerint. Hány egységnyi földet kapott az, akinek a legtöbb jutott közülük?



3. Melyik az szám, amelyik négyzetgyökének, negyedik gyökének, nyolcadik gyökének és 13-adik gyökének az összege 19?
4. Mennyi az ábrán látható test térfogata, ha csúcsai egy egység sugarú gömbön vannak? (A testet 12 szabályos ötszög és 20 szabályos háromszög határolja.)



5. Hány százalékuk prímszám az ezernél nem nagyobb pozitív egészeknek?
6. Milyen messze van egy 10 egység sugarú, homogén anyagból készült, félkör alakú lemez súlypontja a kör középpontjától?

7. Feldobunk három kockát, amelyek mindegyike egytől hatig van megszámozva. Igaz-e a következő állítás? „Annak valószínűsége, hogy a dobott számok összege 9, vagy annál kisebb lesz, legalább annyi, mint annak a valószínűsége, hogy 9-nél nagyobb lesz.” (Ha úgy gondolja, hogy igaz, írjon 9-et. Ha nem, melyik a legkisebb szám, amelyikre igaz?)
8. Maximálisan hány kapcsolat létesíthető egy hírközlő csatornán a következő feltételek mellett?
- A csatornán öt különböző hang használható.
  - Minden jel fizikailag azt jelenti, hogy az egyik hang után egy másik, tőle különböző hangot adunk.
  - Minden kapcsolathoz két különböző jel kell, de ezekhez csak három-féle hangot lehet felhasználni.
  - A különböző kapcsolatok jelei különbözőek.

Beküldhető 1977. december 20-ig.

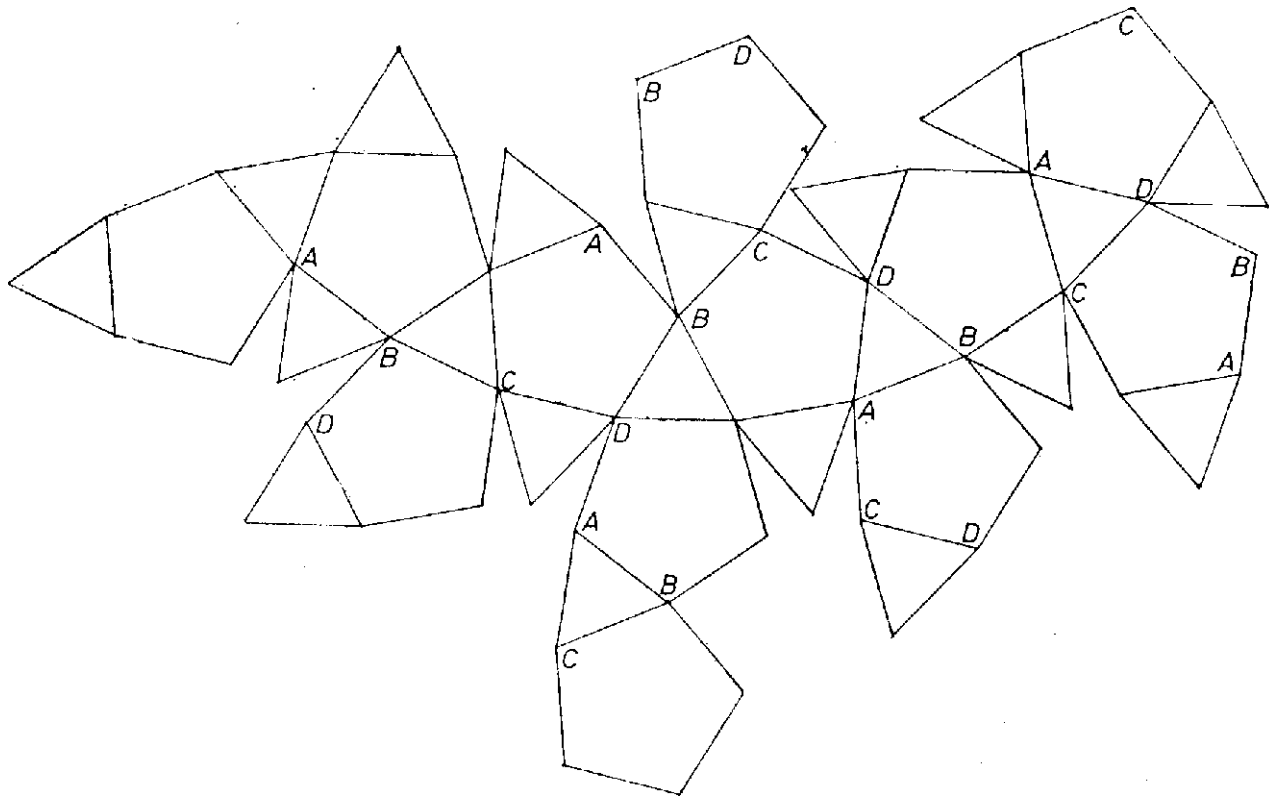
Címünk: KÖMAL/OKTÓTÓ  
1443 Budapest, Postafiók 129.

1977. november SZÁMTÓTÓ Sorszám: 3/1

SZÁM	KÓD	TIPP
1.	Legkisebb szám	
2.	Átdarabolás	
3.	$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[8]{x} + \sqrt[13]{x} = 19$	
4.	Dodeka-ikozaéder térfogata	
5.	Ezernél kisebb prímek száma osztva tízzel	
6.	Félkör súlypontja	
7.	Három dobókocka	
8.	Kódolás	
	KVADRATIKUS ELTÉRÉS	

#### Betűtótó

- Melyik a legnagyobb az alábbi négy szám közül?
  - Az első száz egész szám reciprokának az összege.
  - Az első száz egész szám mértani közepe.
  - $100 \sqrt[100]{100} - 100$ .
  - Az  $a_0 = 5$ ,  $a_{n+1} = a_n + 1/a_n$  feltételekkel meghatározott sorozat második tagja.
- Melyik testvérnek jutott a számtótó 2. példájában a legtöbb föld?
- Nevezzük a racionális számok valamely részhalmazát generátornak, ha az nem tartalmazza az összes racionális számot, de bármelyik racionális szám előállítható mint két, ebben a részhalmazban levő szám összege. Melyik igaz az alábbi állítások közül?
  - Nincs generátor.
  - Van generátor, sőt az is igaz, hogy egy generátorból tetszőleges véges sok elemet elhagyva, ismét generátort kapunk.
  - Van olyan generátor, amelynek bármelyik elemét hagyjuk is el, az megszűnik generátor lenni.
  - Sem A), sem B), sem C) nem igaz.



4. Az ábrán látható hálózatból egy konvex test burkolata hajtható össze. A test csúcsai közül többféleképpen is összeszedhető egy oktaéder hat csúcsa. Az ábrán négy oktaédert is megjelöltünk, közülük azonban csak egy jó. Melyik az ?

5. Melyik nem igaz az alábbi állítások közül ( $n > 1$ )?

A) Bárhogy vesszük ki  $n$  elem összes permutációi közül ezek felét, ezeket egymás után alkalmazva minden permutációt megkapunk.

B)  $n$  elem összes permutációi közül ki lehet választani  $n(n-1)$  darabot úgy, hogy ezeket egymás után alkalmazva – valamilyen sorrendben – minden permutációt megkapjunk.

C)  $n$  elem összes permutációi közül  $n-1$  darabot is ki lehet választani úgy, hogy rendelkezzenek a B)-beli tulajdonsággal.

D)  $n$  elem összes permutációi közül kettőt is kiválaszthatunk úgy, hogy a B)-beli tulajdonságuk meglegyen.

6. Vegyük a tetraéder, kocka, oktaéder, dodekaéder és ikozaéder élfelező pontjainak konvex burkát. Melyiké azonos közülük az ikozaéderével?

A) A tetraéderé ; B) a kockáé ; C) az oktaéderé ; D) a dodekaéderé.

7. Melyik megoldatlan az alábbi problémák közül?

A) Igaz-e, hogy ha egy társaságban ugyanannyi fiú van, mint lány, és a fiúk minden részhalmazára igaz, hogy legalább annyian vannak azok a lányok, akik közülük legalább egyet ismernek, mint az illető fiúk, akkor lehet a társaság tagjait párba állítani úgy, hogy minden párba ismerősök kerüljenek? (Az ismeretség kölcsönös.)

B) Jelöljük az  $x$ -nél kisebb prímek számát  $\pi(x)$ -szel. Konvergens-e a  $(\pi(n) \lg n)/n$  sorozat, és ha igen, ismeretes-e a határértéke?

C) Találhatók-e tetszőleges, a  $(0, \pi)$  intervallumban négyzet-integrálható  $f(x)$  függvényhez olyan  $\{a_1, a_2, \dots\}$ ,  $\{b_1, b_2, \dots\}$  végtelen sorozatok, hogy az

$$f_n(x) = \sum_{j=1}^n (a_j \cos jx + b_j \sin jx)$$

sorozatnak majdnem minden  $0 \leq x \leq \pi$  mellett  $f(x)$  legyen a határértéke? (Egy függvény négyzet-integrálható, ha négyzete integrálható. Egy valós számokra vonatkozó állítás majdnem minden valós számra igaz, ha tetszőleges  $\varepsilon > 0$ -hoz található olyan  $\{u_i, v_i, i = 1, 2, \dots\}$  számok, hogy  $\sum_{i=1}^{\infty} (v_i - u_i) < \varepsilon$ , és minden olyan szám, amelyikre az állítás nem igaz, valamelyik  $(u_i, v_i)$  intervallumban van.)

D) Átdarabolható-e az egységsugarú kör egy  $\sqrt{\pi}$  oldalú négyzetté? (Azaz felbontható-e a zárt körlemez véges sok diszjunkt halmaz egyesítésévé úgy, hogy azokból alkalmas síkbeli elmozgatások után összerakható legyen a négyzet. A halmazokról semmit nem követelünk meg.)

8. Jelöljük  $p(k)$ -val az 1977-ben a lottón a  $k$ -adik játékhéten kihúzott számok között a prímek számát, és legyen  $P$  a  $p(47)$ ,  $p(48)$ ,  $p(49)$ ,  $p(50)$ ,  $p(51)$  számok minimuma. Melyik lesz igaz az alábbi állítások közül?

A)  $P \leq 1$ ; B)  $P = 2$ ; C)  $P = 3$ ; D)  $P \geq 4$ .

Beküldhető 1977. december 20-ig.

Címünk: KÖMAL/OKTOTÓ  
1443 Budapest, Postafiók 129.

## A BEKÜLDŐ ADATAI

1977. november

Sorszám: 3/1

Neve: .....

Címe: .....

Foglalkozása: .....

Iskolája: .....

.....

SZÁM	KÓD	TIPP
1.	Melyik a legnagyobb?	
2.	Átdarabolás	
3.	Generátorok	
4.	Oktaéderek	
5.	Permutációk	
6.	Ikozaéder	
7.	Melyik megoldatlan?	
8.	Lottó prímei	
	A TALÁLATOK SZÁMA	

## A januári oktató eredményei

A számtató nyertese: *Baksai Róbert* (Győr, Révai M. Gimn.), kvadratikus eltérése  $65 \cdot 10^{-20}$ . Jó eredményt értek el a következők: *Rosanits György* (Budapest,  $10^{-16}$ ), *Molnár Balázs* (Budapest,  $10^{-15}$ ), *Seress Ákos* (Budapest,  $10^{-15}$ ), *Lévai Pál* (Budapest,  $10^{-13}$ ), *Tóth Csaba* (Nagylóns, 10-4). A többiek kvadratikus eltérése: 1, 4, 17, 19; 28, 225, 331, 830, 1600.

SZÁM	SZÁMTOTÓ	BETŰTOTÓ
1.	Legnagyobb gyök	0,960 948 596 5
2.	$100(\sqrt[3]{1977} - \sqrt[3]{1976})$	0,211 648 017 4
3.	$\sin y = (\pi/2 - \cos y)(\pi/2 + y)$	0,334 899 402 5
4.	Dodeka-ikoza csillag	28,624 573 523 9
5.	Összeg maximumak	3,651 483 716 7
6.	Tört maximuma	4
7.	Kecske-mét adója	15
8.	Arthur király lovagjai	1,5

A betűtató nyertese: *Peták Kálmán* (Szolnok), találatának száma: 8. Ugyancsak nyolc találatot értek el a következők: *Baksai Róbert* (Győr), *Kerényi István* (Budapest), *Lévai Pál* (Budapest), *Molnár Balázs* (Budapest) és *Seress Ákos* (Budapest). Hét találatot hatan, hatot öten, ötöt egy, négyet ketten értek el.

Baksai Róbert és Peták Katalin 100-100 Ft-os könyvutalványt nyertek. Nyereményüket postán küldjük el.