

Az oktató célja. Megszoktuk, hogy ami fontos, arra megtanítanak minket, és azután csináljuk. Ha rosszul csináljuk, akkor biztosan rosszul tanítottak meg rá, majd szólnak. Azt hisszük, nem a mi feladatunk ellenőrizni, helyesek-e, elegendők-e megszerzett ismereteink. Pedig ez tévedés. Helyesebbnek mondható, ha valaki minden felmerülő problémával hajlandó foglalkozni, és legalább azt eldönti, érdemes-e a kérdéssel foglalkozni. Ne mondjuk hát egy-egy idegenül hangzó kérdésre, hogy „Ezt még nem tanultuk!”, „Ezt én nem tudom megcsinálni!” – mindkettő lehet igaz, de ez még nem zárja ki, hogy ne töprenghetnénk egy kicsit a dolgon. Valamit, ha keveset is, de biztosan meg tudunk állapítani: Célba dobni is úgy tanul az ember, hogy egyáltalán dob, aztán megnézi, talált-e. Ehhez a tevékenységhez készült az oktató. Bátorítani szeretnék mindenkit, próbálja meg, ha kezdetben nehezen megy is, később talán már könnyebb lesz.

A számtató négy kockája. Nem akarom sem azt előre elárulni, mekkora lehet a kérdezett szám, sem azt előírni, mekkora pontossággal kell meghatározni. A szelvény négy kockája (bocsánat: téglalapja) csak kényelmes keretet akar nyújtani a számnak. Nekem legjobban az tetszett, ha valaki két-két számjegyet írt egy-egy téglalapba. Nem örültem annak, hogy voltak, akik négyféle tippet írtak beléjük. Persze nem volna értelme megtiltani, hogy valaki sokféle tippet küldjön, de ezt írja külön szelvényekre, ezeket a kis téglalapokba igazán nem fér el egy egész szám. A legjobb lesz ezeket a rubrikákat megszüntetni.

A feladatok tematikája. Mindenkit, akinek nem tetszenek a választott feladatok, arra kérek, javasoljon jobbat. Örömmel fogadok minden javaslatot, és azokat beépítem az új kitűzésekbe. Jó, ha a javaslattevő tudja a választ, de ez nem szükséges. Magam is igyekszem kiszámolni az eredményt, ha most vagy a továbbiak során tévednék, előre is elnézést kérek érte. Most is, mint már annyiszor, várhatóan tapasztalni fogjuk, milyen nehéz a feladatokat egyértelműen megfogalmazni. Ha valamelyik feladatnál a közölt szöveg többféle értelmezést tesz lehetővé, kész vagyok többféle eredményt elfogadni, de csak ha azok a beküldők jelentős részénél (mondjuk, több mint 10 %-ánál) megtalálhatók.

A számlálásokról. A számtató januári 1., 4., 8., februári 1., 2., 7., a betűtató januári 2., 8., februári 1., 8. feladata bizonyos dolgok megszámlálását kérte. Ehhez lényegében két dolgot kell tudnunk:

- mi dönti azt el, hogy egy dolog a minket érdeklők közé tartozik-e vagy sem;
- két, minket érdeklő dolog mikor tekintendő azonosnak.

Célszerű a számlálást mindig valamilyen rendszer szerint végezni, ezzel biztosíthatjuk, hogy minden minket érdeklő dolog sorra kerüljön, és semmit se számoljunk többször. Ha a megszámlálendő dolgok túl sokan vannak ahhoz, hogy egyenként sorra vegyük őket, csoportosítani kell. Ha csak körülbelül akarjuk megmondani az eredményt, elég csak egy kis részt egyenként sorra venni. Például a Toldi sorai közül elég minden tizedikben megszámlálni a szavak számát, a hiba várhatóan 1–2 tized körül lesz. Ha az, amit meg kell számolni, számunkra elérhetetlen, megfelelő helyette hasonlót találni, például a mostani kitűzésben az Astoria járművei helyett megmérhetjük egy hasonló forgalmi kereszteződésben az 5–10 perc alatt áthaladó járművek számát.

Az egyenletek közelítő megoldásáról. A másodfokú egyenlet megoldóképletét mindenki ismeri. Talán azt is sokan tudják, hogy hasonló megoldóképlet még a harmad-, sőt a negyedfokú egyenletekre is megadható. Az ötödfokú egyenletektől kezdve azonban a helyzet gyökeresen megváltozik. Mint azt az ún. Abel-Ruffini tétel állítja, $n \geq 5$ mellett az n -ed fokú egyenletre nem adható meg megoldóképlet. Ez persze nem jelenti azt, hogy egyáltalán ne volna olyan magasabbfokú egyenlet, amelyiknek a gyökei véges sok lépésben gyökjelekkel, és a négy alapművelettel meghatározhatók volnának. Ilyen az $x^5 = 1$, és az $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 6$ egyenlet is, tehát magából a tételből még nem következik, hogy $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 10000$ egyenlet gyökei nem határozhatók meg véges sok lépésben. Ennek bizonyításához a Galois által kezdeményezett elmélet ismeretére van szükség, mely általában lehetővé teszi, hogy egy-egy konkrét egyenletről eldöntsük, előállíthatóak-e a gyökei bizonyos eszközökkel vagy sem. Így az is a Galois-elmélet alapján dönthető el, elvégezhető-e valamennyi szerkesztési feladat, vagy sem: a szögharmadolás például a szokásos szerkesztési eljárással nem végezhető el, de mivel a probléma csak harmadfokú egyenletre vezet, a szóban forgó szakaszok hossza véges sok lépésben kiszámolható.

Szükség van tehát közelítő eljárásokra, melyek a matematikához éppúgy hozzátartoznak, mint mondjuk a geometria axiómáinak a vizsgálata. A legegyszerűbb közelítő eljárás a kétoldali megközelítés: ha az $f(x) = 0$ egyenlet gyökét keressük, és ismerünk olyan a, b helyet, ahol $f(a) < 0 < f(b)$, vagy $f(a) > 0 > f(b)$ és f az a és b között folytonos, akkor biztosan van a és b között gyöke. Tehát tetszőleges $a < b < d < b$ számok mellett az $f(c)$, d (d függvényértékek kiszámolása után már az (a, c) , (c, d) , (d, b) szakasz valamelyikéről fogjuk tudni, hogy tartalmazza a gyököt. Lényegében minden más eljárás hasonló ehhez annyiban, hogy kellő megfontolás után választott helyeken számoljuk ki bennük a függvény értékét, és a kapott érték alapján lépünk tovább. A januári számtató 2. példájában például az $x_0 = 100$, $x_{n+1} = 100 - \lg x_n$ rekurzióval számolva $x_1 = 98$, $x_2 = 98,0088$. Differenciálható függvényekre Newton a következő iterációval számolt:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Az $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 9999 = 0$ egyenlet gyökére az $x_0 = 6$ kezdőértékről kiindulva az

$$x_1 = 6,08961821$$

$$x_2 = 6,08714919$$

$$x_3 = 6,08714726$$

közelítéseket kapjuk.

Jogos persze az ellenvetés, hogy a numerikus munka a jelen körülmények között általában igen nehézkes. Eredetileg nem volt célom a tizedes jegyek minden határon túli hajszolása, de hát meglátjuk, hova jutunk vele. Ma már nálunk is kaphatók zsebszámológépek, remélhetőleg az iskolák is fokozatosan be tudnak szerezni olyan berendezéseket, amelyeken legalább a négy alapművelet öt-tíz tizedesre gyorsan elvégezhető. Mi is tervezzük, hogy valamilyen módon segítséget nyújtunk a számítógépek iránt érdeklődő olvasóknak. Meg vagyok győződve róla, hogy a matematikának ezzel az ágával is igen hasznos megismerkedni.