

Az alábbi feladatokat bárki megoldhatja foglalkozásra és életkorra való tekintet nélkül. A végeredményekre adott tippeket a mellékelt szelvényen, vagy hozzá hasonló táblázatban lehet beküldeni egy borítékban címünkre.

Határidő: 1976. március 20. Címünk: KÖMAL/OKTOTÓ, 1443 Budapest, Postafiók 129.

A számtató feladataira beküldött tippeket a következő képlet szerint értékeljük ki:

$$Q = \sum_{i=1}^8 (T_i - V_i)^2,$$

ahol  $T_i, V_i$  az  $i$ -edik feladatra adott tipp, illetve végeredmény, a  $\sum_{i=1}^8$  jel azt jelenti, hogy a különböző feladatokhoz tartozó értékeket össze kell adni,  $Q$  pedig a tippek pontosságát mérő kvadratikus eltérés. A győztes ebben a versenyben az lesz, aki a legkisebb  $Q$ -t éri el. A Betűtató győztese pedig az, aki a legtöbb találatot eléri. Ez a két verseny egymástól is, a pontversenytől is független. A különböző sorszámú totók eredményeinek az összesítéséről még nem döntöttünk, a jelen sorozat kísérleti jellegű, célja az érdeklődés felmérése. A beküldött szelvényeket kiértékelve visszaküldjük mindazoknak, akik szelvényükhöz megcímezett és bélyeggel ellátott válaszborítékot mellékelnek.

Beküldhető 1976. március 20-ig.

Címünk: KÖMAL/OKTOTÓ,  
1443. Budapest, Postafiók 129.

## SZÁMTOTÓ

1976. február

Sorszám: 1/2

SZÁM	KÓD	TIPP			
1	Nyaklánc négy piros és négy kék gyöngyből				
2	Hány szó van átlagosan a Toldi egy sorában?				
3	A módosított Kürschák 100-ik tagja				
4	$1/1 + 1/4 + 1/9 + \dots + 1/10000$				
5	$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 10000$				
6	Egy korsó térfogata				
7	Két tanulónak ugyanaz a születésnapja				
8	Mekkora lesz a legkisebb szám				
	KVADRATIKUS ELTÉRÉS				

### Számtató

1. Van négy piros és négy kék gyöngyünk. Hányféle nyakláncot készíthetünk belőlük, ha egyet se hagyunk ki közülük?

2. Átlagosan hány szóból állnak a Toldi sorai?

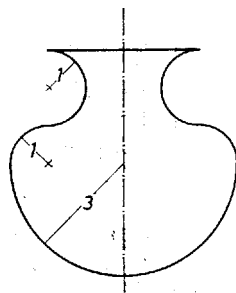
3. Mennyi az  $a_0 = 5, a_{n+1} = a_n + 1/(2^n a_n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) feltételekkel meghatározott sorozat századik tagja? (Az 1975. évi Kürschák verseny 3. feladatának módosítása.)

4. Mennyi az első száz négyzetszám reciprokának összege?

5. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 10000.$$

6. Forgassuk meg képzeletben az ábrán látható idomot a szimmetriatengelye körül. Hány térfogategység a kapott test térfogata?



7. Várhatóan mit kapnánk eredményül, ha végigjárnánk nagyon-nagyon sok olyan osztályt, amelyek mindegyikében 30 tanuló van, mindegyikben megkérdeznénk, van-e köztük legalább két tanuló, akiknek ugyanazon a napon van a születésnapjuk, és az ilyen osztályok számát elosztanánk az összes osztály számával?

8. Írjon ide egy olyan természetes számot, amelyikről azt reméli, hogy senki más nem fogja ugyanazt írni, és ez lesz a legkisebb az ilyen számok közül. (A kvadrátikus eltérésbe az itt adódó hiba négyzetének csak a tizedrészt számítjuk be!)

Beküldhető 1976. március 20-ig

Címünk: KÖMAL/OKTOTO, 1443. Budapest, Postafiók 129.

### A BEKÜLDŐ ADATAI

### BETŰTOTÓ

1976. február

Sorszám: 1/2

Neve:

.....

Címe:

.....

.....

Foglalkozása:

.....

Iskolája:

.....

SZÁM	KÓD	TIPP
1	Tíz piros, tíz kék	
2	Föld–Hold távolság	
3	Korlátos-e a sorozat?	
4	Ismerkedési est	
5	Ötödfokú egyenlet	
6	Melyik megoldhatatlan?	
7	Ki született régebben?	
8	Hány tanuló van?	
	A TALÁLATOK SZÁMA	

#### Betűtotó

1. Legyen  $S$  a 10 piros és 10 kék gyöngyből készíthető különböző nyakláncok száma. Melyik igaz az alábbi állítások közül?

- A)  $S$  kisebb tízezernél.
- B)  $S$  nem kisebb tízezernél, de kisebb százezernél.
- C)  $S$  nem kisebb százezernél, de kisebb egymilliónál.
- D)  $S$  nem kisebb egymilliónál.

2. Tekintsük a Föld hosszúsági és szélességi körei közül azokat, amelyek fokszáma  $k$ -val osztható egész szám ( $K = 1, 5, 10$ ). Egy utas ezek mentén bejárja a Földet. Jelöljük az általa megtett utat  $F_k$ -val, a Föld–Hold távolságot  $H$ -val. Melyik igaz a következő állítások közül?

- A)  $H$  kisebb  $F_{10}$ -nél.
- B)  $H$  nem kisebb  $F_{10}$ -nél, de kisebb  $F_5$ -nél.
- C)  $H$  nem kisebb  $F_5$ -nél, de kisebb  $F_1$ -nél.
- D)  $H$  nem kisebb  $F_1$ -nél.

3. Tekintsük az  $a_0 = 5$ ,  $a_{n+1} = a_n + 1/(2^n a_n)$  feltételekkel meghatározott sorozatot. Melyik igaz a következő állítások közül?

- A) Akárhányat adunk is össze a sorozat tagjai közül, a kapott összeg kisebb tízezernél.
- B) A sorozat minden tagja kisebb ezernél.
- C) A sorozatnak nem minden tagja kisebb ezernél, de van olyan szám, amelyiknél a sorozat minden tagja kisebb.
- D) Nincs olyan szám, amelyiknél a sorozat minden tagja kisebb volna.

4. Egyszer egy ismerkedési esten 50 résztvevő volt. Akik nem ismerték egymást, egyszer kezet fogtak egymással. Így összesen 200 kézfogásra került sor. Melyik az alábbi állítások közül, amelyik biztosan hamis?

- A) Négy olyan résztvevő volt, aki senkit sem ismert.
- B) Egy résztvevő átlagosan négyzsr fogott kezet.
- C) Volt nyolc résztvevő, akik közül egyik sem ismerte a másikat.
- D) Volt olyan résztvevő, aki több mint 44-et ismert a többiek közül.

5. Legyen  $x_0$  az

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 10000$$

egyenlet egyik gyöke. Melyik igaz az alábbi állítások közül?

- A)  $x_0$  értéke a négy alapművelettel véges sok lépésben kiszámolható.
- B) Az A) állítás ugyan nem igaz, de ha a gyökkvonást is a műveletek közé számítjuk, akkor már valóban elég véges sok lépés  $x_0$  kiszámításához.
- C) Sem A), sem B) nem igaz, de  $x_0$  értéke tetszőleges pontossággal kiszámítható a négy alapművelettel véges sok lépésben.
- D) Sem A), sem B), sem C) nem igaz.

6. Melyik probléma nincs még megoldva az alábbi négy közül?

- A) Van-e valós számoknak olyan részhalmaza, amely tartalmazza a természetes számokat, és elemeit sem a természetes számokhoz, sem a valós számokhoz nem lehet kölcsönösen egyértelmű módon hozzárendelni? (Azt a feltevést, hogy ilyen halmaz nincs kontinuum–hipotézisnek hívják.)
- B) Megadhatók-e az  $n, a_0, a_1, \dots, a_n$  természetes számok úgy, hogy az

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

egyenletnek a  $\pi$  szám gyöke legyen?

- C) Kiszínezhető-e a földgömbön tetszőleges térkép négy színnel?
- D) Igaz-e, hogy ha adott a síkon véges sok négyzet úgy, hogy bármelyik ketőnek van párhuzamos oldala, akkor mindig kiválaszthatunk közülük néhányat úgy, hogy a kiválasztottaknak ne legyen közös pontjuk, és ezek együtt a síknak legalább negyedakkora részét lefedjék, mint amekkorát az eredeti négyzetek lefedtek?

7. Ki született legrégebben a következő négy matematikus közül?

- A) Kolmogorov, B) Leibniz, C) Gauss, D) Hilbert.

8. Legyen  $T$  az 1975/76-os tanévre Magyarországon a nappali tagozatra beiratkozott középiskolai tanulók száma. Melyik igaz az alábbi négy állítás közül?

- A)  $T$  kisebb, mint ötezer.
- B)  $T$  nem kisebb, mint ötezer, de kisebb, mint huszonötezer.
- C)  $T$  nem kisebb, mint huszonötezer, de kisebb, mint százhuszonötezer.
- D)  $T$  nem kisebb, mint százhuszonötezer.