I. rész

1. *Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:*
a) $\cos 2x + 3 \cdot \cos x - 1 = 0$, *(7 pont)*
b) $\sqrt{6-x} - \sqrt{5-2x} = 1$. *(6 pont)*

Megoldás. *a)*

$$2 \cdot \cos^2 x - 1 + 3 \cdot \cos x - 1 = 0,$$
$$2 \cdot \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0.$$

Ebből: $\cos x = -2$ vagy $\cos x = \frac{1}{2}$. A $\cos x = -2$ egyenletnek nincs megoldása, mert $-1 \le \cos x \le 1$. Ha $\cos x = \frac{1}{2}$, akkor $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, vagy $x = -\frac{\pi}{3} + 2l\pi$, $l \in \mathbb{Z}$. Ekvivalens átalakításokat végeztünk, tehát a kapott gyökök kielégítik az eredeti egyenletet.

b) $x \le 6$ és $x \le 2{,}5 \;\Rightarrow\; x \le 2{,}5$.

$$\sqrt{6-x} = 1 + \sqrt{5-2x}\,.$$

Mivel a négyzetgyök definíciója alapján egyik oldal sem negatív, a négyzetre emelés ekvivalens átalakítás:

$$6 - x = 1 + 5 - 2x + 2 \cdot \sqrt{5-2x}\,,$$
$$x = 2 \cdot \sqrt{5-2x}\,.$$

A négyzetgyök definíciója alapján $x \ge 0$.

$$x^2 = 20 - 8x,$$
$$x^2 + 8x - 20 = 0,$$

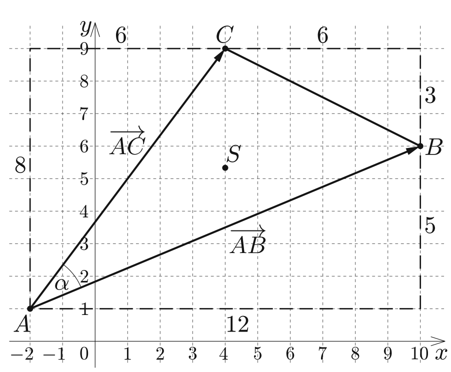
$x_1 = -10$, $x_2 = 2$. A feltétel miatt csak az $x = 2$ megoldás.

Az alaphalmazon ekvivalens átalakításokat végeztünk, tehát a kapott gyök kielégíti az eredeti egyenletet.

2. *A nem is olyan távoli jövőben a fizika fakultációsok online szimulációban vizsgálhatják töltött részecskék viselkedését mágneses mezőben, ahol a részecskék helyzetét derékszögű koordináta-rendszer segítségével írják le. Két fizika fakultációs diák, Hácé és Kácé fontos kísérletet tervez: egy háromszög csúcsaiba* $\big(A(-2;1)$*;* $B(10;6)$*;* $C(4;9)\big)$ *Kácé három detektort helyez. Hácé ekkor egy töltött részecskét juttat a háromszög súlypontjába. A töltött részecske tömege peti-ben (peti: tömegegység a szimulációban) a háromszög területének és a* $BAC\sphericalangle$ *cosinusának szorzata. Határozzuk meg a háromszög súlypontjának koordinátáit és a részecske tömegének pontos értékét.* *(12 pont)*

Megoldás. A súlypontra vonatkozó képlet alapján:

$$s_1 = \frac{-2+10+4}{3} = 4,$$
$$s_2 = \frac{1+6+9}{3} = \frac{16}{3}.$$



Tehát a súlypont: $S\big(4; \frac{16}{3}\big)$. Az *ábra* jelöléseit követve: a háromszög területét megkapjuk, ha a köré írt téglalap területéből kivonjuk a derékszögű háromszögek területét. Így:

$$T_{ABC} = 8 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 33.$$

$\overrightarrow{AC}(6;8)$, így $|\overrightarrow{AC}| = 10$; $\overrightarrow{AB}(12;5)$, így $|\overrightarrow{AB}| = 13$.

Az $\overrightarrow{AC}$ és $\overrightarrow{AB}$ vektorok skaláris szorzatát kétféle módon felírva:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos\alpha = 6 \cdot 12 + 8 \cdot 5 = 112,$$

ekkor $\cos\alpha = \dfrac{56}{65}$. Tehát a részecske tömegének pontos értéke: $\dfrac{1848}{65}$ peti.

3. *Pébé tanár úr, a C osztály osztályfőnöke lelkesen érkezett a reggeli órára.*

– Képzeljétek, megálmodtam a matematika emelt szintű érettségi átlagunkat!

– És mennyi volt, tanár úr?

– Azt sajnos elfelejtettem, de emlékszem, hogy a D-sek átlaga szabályos közelítéssel $84{,}3$, az E-seké $85{,}1$, a három osztály átlaga pedig $87{,}9$ volt. Tudjuk, hogy a D-ből 11-en, az E-ből 14-en, tőlünk pedig 24-en írnak emelt szintű érettségit. Ebből már ki lehet számolni az osztályátlagot.

a) Mennyi a C-sek osztályátlaga egy tizedesjegyre kerekítve, ha minden diák érettségi eredménye csak egész százalék lehet? *(8 pont)*

A Szalagavató nyitótáncában a C-sek 20%-a, a D-sek 25%-a vesz részt. Az egyik szünetben 4 fő C osztályos és 2 fő D osztályos tanuló vásárolt pizzát a büfében.

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy közülük pontosan ketten táncolnak a nyitótáncban? *(6 pont)*

Megoldás. *a*) Legyen a D-sek százalékainak összege d, az E-seké e, a C-seké c, a három osztályé pedig h. A kerekítés szabályainak megfelelően:

$$84{,}25 \le \frac{d}{11} < 84{,}35 \;\Rightarrow\; 926{,}75 \le d < 927{,}85,$$

így $d = 927$,

$$85{,}05 \le \frac{e}{14} < 85{,}15 \;\Rightarrow\; 1190{,}7 \le e < 1192{,}1,$$

így $d = 1191$, vagy $d = 1192$,

$$87{,}85 \le \frac{h}{49} < 87{,}95 \;\Rightarrow\; 4304{,}65 \le h < 4309{,}55,$$

így h lehet 4305, 4306, 4307, 4308, 4309. Foglaljuk a kapott eredményeket egy táblázatba:

h	d	e	c	$C_{\text{átlag}}$
4305	927	1191	2187	91,125
4305	927	1192	2186	91,083
4306	927	1191	2188	91,167
4306	927	1192	2187	91,125
4307	927	1191	2189	91,208
4307	927	1192	2188	91,167
4308	927	1191	2190	91,250
4308	927	1192	2189	91,208
4309	927	1191	2191	91,292
4309	927	1192	2190	91,250

(A táblázatban a $c = h - d - e$ és a $C_{\text{átlag}} = \dfrac{c}{24}$ képleteket alkalmaztuk.) Tehát a C-sek átlaga 91,1; 91,2 vagy 91,3 lehet.

b) A binomiális eloszlás képletét felhasználva:

1) Mindketten D-sek:

$$p_D = \binom{2}{2} \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^0 \cdot \binom{4}{0} \cdot 0{,}2^0 \cdot 0{,}8^4 = \frac{16}{625} = 0{,}0256.$$

2) Mindketten C-sek:

$$p_C = \binom{4}{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^2 \cdot \binom{2}{0} \cdot 0{,}25^0 \cdot 0{,}75^2 = \frac{54}{625} = 0{,}0864.$$

3) Egyikük C-s, másikuk D-s:

$$p_{CD} = \binom{4}{1} \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^3 \cdot \binom{2}{1} \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75 = \frac{96}{625} = 0{,}1536.$$

Így annak valószínűsége, hogy pontosan ketten táncolnak a nyitótáncban:

$$p = \frac{16}{625} + \frac{54}{625} + \frac{96}{625} = \frac{166}{625} = 0{,}2656.$$

4. *Adottak az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 8$ és a $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 4 - 2x$ függvények.*

a) Adjuk meg a $g \circ f$ függvény $x = 2$ abszcisszájú pontjába húzott érintő egyenletét. *(7 pont)*

b) Adjuk meg a $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f}{g}$ határértéket. *(5 pont)*

Megoldás. *a*) Legyen $h = g \circ f$, ekkor $h(x) = 4 - 2 \cdot (x^3 - 8) = 20 - 2x^3$. Az adott pontba húzott érintő iránytangense a függvény deriváltjának helyettesítési értéke az adott helyen:

$$h'(x) = -6x^2; h'(2) = -24; E(2;4),$$

Az érintő egyenlete: $y - 4 = -24 \cdot (x - 2) \;\Leftrightarrow\; 24x + y - 52 = 0.$

b)
$$\lim_{x\to 2} \frac{x^3 - 8}{4 - 2x} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\cdot(x^2+2x+4)}{-2\cdot(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x+4}{-2} = -6.$$

II. rész

5. *Két birkózó egyesület közös bajnokságra készül. A felkészülés során előírás a napi* 8 *óra alvás. A korábbi felkészülések során kiderült, hogy a felkészülés hatékonyságát jelentősen befolyásolja a regenerálódásra fordított idő. A szakemberek megállapították, hogy a hatékonyságot az* $E(t) = t^3 \cdot (3{,}2 - t)$ *függvénnyel lehet leírni, ahol* t *a regenerálódásra fordított idő.*

a) *Mennyi időt fordítsanak a regenerálódásra, hogy a felkészülés a lehető leghatékonyabb legyen?* (*8 pont*)

A bajnokságot kieséses rendszerben folytatják le, a párokat minden egyes mérkőzés előtt véletlenszerűen sorsolják. Az első pár sorsolásakor $\frac{7}{40}$ *a valószínűsége annak, hogy mindkét versenyző az* A *egyesület tagja. Két mérkőzés után, ahol egy résztvevőt az* A*, három résztvevőt pedig a* B *egyesületből sorsoltak ki, ugyanakkora valószínűséggel sorsolják mindkét versenyzőt az* A *egyesületből, mint a* B *egyesületből.*

b) *Hányan indultak a bajnokságon az egyes egyesületekből?* (*8 pont*)

Megoldás. *a*) $E(t) = 3{,}2t^3 - t^4$. A függvény szélsőértékét a derivált segítségével határozzuk meg:

$$E'(t) = 9{,}6t^2 - 4t^3.$$

A függvénynek ott lehet szélsőértéke, ahol a deriváltja nulla és a második derivált nem nulla:

$$9{,}6t^2 - 4t^3 = 0,$$
$$4t^2 \cdot (2{,}4 - t) = 0,$$

$t = 0$ vagy $t = 2{,}4$. A második derivált: $E''(t) = 19{,}2t - 12t^2$, $E''(0) = 0$ és $E''(2{,}4) = -23{,}04 < 0$.

Mivel $t \in [0;16]$, meg kell vizsgálnunk a függvény helyettesítési értékeit az intervallum határaiban: $E(0) = 0$ és $E(16) = -52\,428{,}8$. Tehát a felkészülés akkor a leghatékonyabb, ha a regenerálódásra fordított idő 2,4 óra.

b) Mivel két mérkőzés után megegyezik annak a valószínűsége, hogy mindkét versenyzőt az A, illetve a B egyesületből sorsolják, ezért két mérkőzés után ugyanannyi versenyző maradt az A egyesületből, mint a B egyesületből. Legyen ez a szám x. Ekkor eredetileg $x + 1$ versenyző indult az A egyesületből és $x + 3$ versenyző a B egyesületből, tehát összesen $2x + 4$ versenyző indult a bajnokságon.

Ekkor az A egyesületből $\binom{x+1}{2}$-féleképpen választhattuk a két versenyzőt, az összes versenyző közül pedig $\binom{2x+4}{2}$-féleképpen. Így annak valószínűsége, hogy az első pár sorsolásakor mindkettőt az A egyesületből választották:

$$\frac{\binom{x+1}{2}}{\binom{2x+4}{2}} = \frac{7}{40} \;\Leftrightarrow\; \frac{\frac{(x+1)\cdot x}{2}}{\frac{(2x+4)\cdot(2x+3)}{2}} = \frac{7}{40}.$$

Ebből $6x^2 - 29x - 42 = 0$, $x_1 = -\frac{7}{6}$; $x_2 = 6$. Nyilván csak az $x = 6$ lehet megoldás.

Ellenőrzés: Ha az A egyesületből 7, a B egyesületből 9 versenyző indult, akkor két A-beli versenyzőt választhatjuk $\binom{7}{2} = 21$-féleképpen. Két versenyzőt összesen $\binom{16}{2} = 120$-féleképpen választhatunk. Annak valószínűsége, hogy mindkét versenyzőt az A klubból választottuk: $\frac{21}{120} = \frac{7}{40}$.

Tehát az A klubból 7-en, a B klubból 9-en indultak a versenyen.

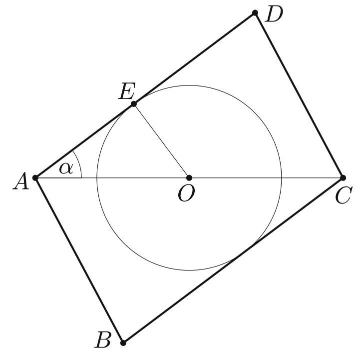
6. *Egy paralelogramma alakú füves terület oldalai* 50 m *és* 34 m*, az oldalak végpontjait összekötő átló* 56 m *hosszú. Az átló egy pontjába egy önműködő locsoló berendezést helyezünk, amely a terület bármely pontjából eléri bármely másik pontját, és ha a távolságot beállítottuk, akkor egy körön belül mindent lelocsol.*

a) *Legalább mekkora területet kell kézzel locsolni, ha a locsoló berendezés a terület határán túl nem locsolhat?* (*10 pont*)

A füves területen egy kör alakú virágágyást alakítanak ki. A virágágyást két egyenes gyalogút szeli át, amelyek egy a körön kívüli P *pontban metszik egymást. A virágágyást az egyik gyalogút az* A *és* B*, a másik gyalogút a* C *és* D *pontokban metszi. Tudjuk, hogy* $PA = 3$ m, $AB = 5$ m, *valamint* $PD = PC + 10$ m.

b) *Mekkora a* PD *távolság?* (*6 pont*)

Megoldás. *a*) Keressük azt a kört, amely a paralelogrammába beírható, középpontja az átlón van és sugara a legnagyobb. Ez a kör a paralelogramma két szemközti, hosszabb oldalát érintő kör, ebből következően – szimmetria okokból – középpontja a paralelogramma átlójának felezőpontja lesz, hiszen bármely más középpont esetén a kör sugara kisebb lesz, vagy metszi valamelyik oldalt a két szemközti oldal közül.



Felírva a cosinustételt az ACD háromszög CD oldalára:

$$34^2 = 50^2 + 56^2 - 2 \cdot 50 \cdot 56 \cdot \cos\alpha,$$

$$\cos\alpha = \frac{4}{5}.$$

Mivel $\alpha < 90^\circ$, ezért

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}.$$

Mivel az érintő merőleges a sugárra, ezért az AOE derékszögű háromszögben:

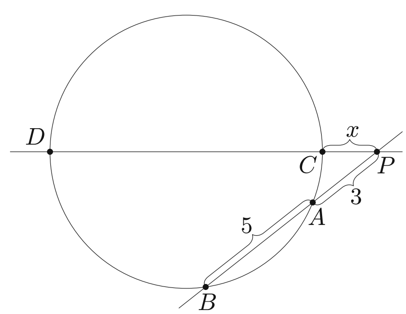
$$r = AO \cdot \sin\alpha = \frac{84}{5} \approx 16{,}8 \text{ m}.$$

Ekkor a kör területe: $886{,}7 \text{ m}^2$.

A paralelogramma területe:

$$T_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD \cdot \sin\alpha = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 56 \cdot 50 \cdot \frac{3}{5} = 1680 \text{ m}^2.$$

Tehát kb. $793{,}3 \text{ m}^2$ területet kell kézzel locsolni.



b) A külső pontból a körhöz húzott szelő és érintő szakaszok tétele alapján:

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD,$$
$$24 = x \cdot (x + 10),$$
$$x^2 + 10x - 24 = 0,$$
$$x_1 = 2; \quad x_2 = -12.$$

Tehát a PD távolság 12 m.

7. *a) Bizonyítsuk be, hogy a szomszédos páratlan számok reciprokainak különbsége egyenlő a számok szorzata reciprokának kétszeresével.* *(4 pont)*

Adott az $\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\ldots$ *végtelen sor.*

b) Bizonyítsuk be, hogy az n-edik részletösszeg:

$$S_n=\frac{n}{3n+1}.$$ *(8 pont)*

c) Adjuk meg a $\lim\limits_{n\to\infty}(S_n)$ *határértéket.* *(4 pont)*

Megoldás. *a)* Legyenek a szomszédos páratlan számok: $2k-1$ és $2k+1$.

$$\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}=\frac{2k+1-(2k-1)}{(2k-1)\cdot(2k+1)}=\frac{2}{(2k-1)\cdot(2k+1)}.$$

b) A nevezőkben található szorzatok első tényezői egy olyan számtani sorozatot alkotnak, amelynek első eleme 1, különbsége 3. Így a részletösszeg i-edik tagjának nevezőjében található szorzat első tényezője: $1+(i-1)\cdot 3=3i-2$. Tehát a részletösszeg i-edik tagja:

$$\frac{1}{(3i-2)\cdot(3i+1)}$$

Mivel

$$\frac{1}{3i-2}-\frac{1}{3i+1}=\frac{3i+1-(3i-2)}{(3i-2)\cdot(3i+1)}=\frac{3}{(3i-2)\cdot(3i+1)},$$

a részletösszeg i-edik tagja:

$$\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3i-2}-\frac{1}{3i+1}\right).$$

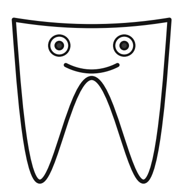
Így az n-edik részletösszeg:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)\cdot(3n+1)}=\\&=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{10}+\cdots+\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1}\right)=\\&=\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{1}{3n+1}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3n}{3n+1}=\frac{n}{3n+1}.\end{aligned}$$

Megjegyzés. A bizonyítás természetesen teljes indukcióval is elvégezhető.

c)
$$\lim_{n\to\infty}(S_n)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{n}{n}}{\frac{3n}{n}+\frac{1}{n}}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3+\frac{1}{n}}\right)=\frac{1}{3}.$$

8. Az *ábrán* egy nemzetközi fogász kongresszus emblémája látható. Az alakzatot az alábbi függvények grafikonjai határolják:



$$f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto\frac{1}{4}x^4-2x^2+2\quad \textit{és}\quad g\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad x\mapsto\frac{1}{36}x^2+4.$$

a) Határozzuk meg a függvények grafikonjainak metszéspontjait. *(2 pont)*

b) Mekkora az embléma területe, ha a koordináta-rendszer *1* egysége a valóságban *1 cm*-nek felel meg?

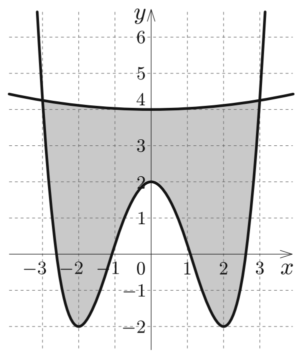
A konferencián egy asztalhoz került hat fogorvos, akik örömmel állapították meg, hogy valamennyien részt vesznek egy programban, amelyben hasznos kezelési eljárásokat osztanak meg egymással. Ennek keretében a hat fogorvos is kapcsolatban áll egymással, mindegyik mindegyikkel. A kapcsolattartás két hálózaton keresztül folyik, de két fogorvos egymás között mindig ugyanazon a hálózaton kommunikál. *(8 pont)*

c) Bizonyítsuk be, hogy az asztalnál helyet foglaló hat fogorvos között van három olyan, aki egymás közt ugyanazon a hálózaton kommunikál. *(6 pont)*

Megoldás. *a*)

$$\frac{1}{4}x^4-2x^2+2=\frac{1}{36}x^2+4,$$
$$9x^4-73x^2-72=0,$$
$$x_1^2=-\frac{8}{9};\quad x_2^2=9.$$

A két gyök közül csak $x^2=9$ ad megoldást, így a metszéspontok: $\left(-3;\frac{17}{4}\right)$ és $\left(3;\frac{17}{4}\right)$.



b)

$$T=\left|\int_{-3}^{3}\left(\frac{1}{4}x^4-2x^2+2-\left(\frac{1}{36}x^2+4\right)\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_{-3}^{3}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{73}{36}x^2-2\right)\mathrm{d}x\right|=$$
$$=\left|\left[\frac{1}{20}x^5-\frac{73}{108}x^3-2x\right]_{-3}^{3}\right|=\left|\frac{243}{20}-\frac{73}{4}-6-\left(-\frac{243}{20}+\frac{73}{4}+6\right)\right|=$$
$$=\left|-\frac{121}{5}\right|=24{,}2$$

Tehát az embléma területe 24,2 cm^2.

c) Jelölje a hálózatokat H_1, illetve H_2. Válasszunk ki egy fogorvost. Mivel két hálózat van és öt partner, ezért a skatulya-elv értelmében a fogorvos az egyik hálózaton legalább három kollégával kommunikál, legyen ez a hálózat H_1. Ha az így meghatározott legalább három fogorvos között van kettő, aki egymással a H_1 hálózaton kommunikál, akkor ők és az eredetileg kiválasztott fogorvos alkotja a keresett hármast, hiszen ők egymás között a H_1 hálózaton kommunikálnak. Ha a legalább három fogorvos között semelyik kettő nem kommunikál egymás közt a H_1 hálózaton, akkor ők egymás között csak a H_2 hálózaton kommunikálhatnak. Így viszont lesz közöttük három olyan, aki egymás közt a H_2 hálózaton kommunikál.

9. *Egy függönytartó rúd kúpban végződik. Rögzítő elemként egy R sugarú gömböt kúposan átfúrunk úgy, hogy pontosan illeszkedjen a rúd végére, majd az így kapott testet ráhúzzuk úgy, hogy a kúp tengelye átmenjen a gömb középpontján. A rögzítőelem magassága 7 cm, a felső alapköre $r_1=3$ cm, az alsó alapköre $r_2=4$ cm sugarú.*

a) *Határozzuk meg a rögzítőelem felszínét és térfogatát.* (*10 pont*)

Az áruházban a függönytartó rudakat négyféle színben (arany, ezüst, fehér, fekete), a rögzítőelemet háromféle színben (arany, zöld és piros), a függönyöket ötféle színben (arany, ezüst, fehér, zöld, piros) árulják.

b) *Hányféle kombinációt lehet összeállítani, ha az az előírás, hogy legalább az egyik elem aranyszínű legyen és a rúd két végén lévő rögzítőelem azonos színű?*

Megoldás. *a*) *1. eset:* a gömb középpontja az alapkörök között van.

A kapott test egy gömbréteg, amelyből kivágtak egy csonkakúpot. Az *1. ábrán* látható QAK és PBK háromszögekre felírjuk Pitagorasz tételét:

$$(7-x)^2+3^2=R^2\quad\text{és}\quad x^2+4^2=R^2.$$

A két egyenletet kivonva egymásból:

$$14x-42=0,$$
$$x=3.$$

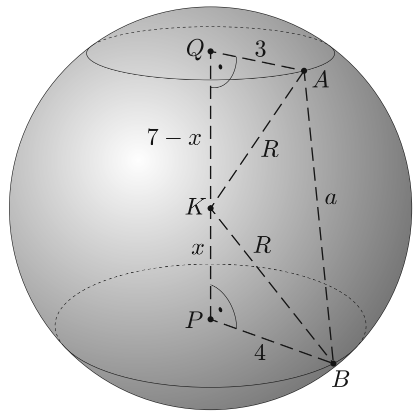
Ekkor $R = 5$ cm.

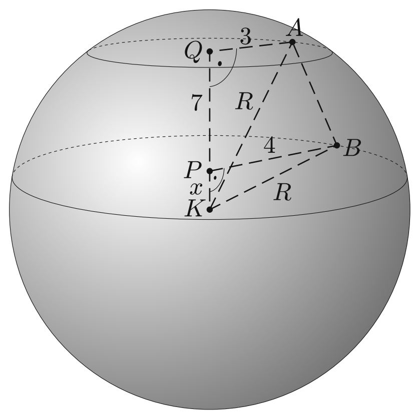
A csonkakúp alkotójára felírva a Pitagorasz-tételt: $7^2 + 1^2 = a^2$, így $a = 5\sqrt{2}$. A rögzítőelem felszíne a gömböv és a csonkakúppalást felszínének összege:

$$A = 2\pi Rm + \pi(r_1 + r_2)a = 70\pi + 35\sqrt{2}\pi \approx 375{,}4 \text{ cm}^2.$$

A rögzítőelem térfogatát megkapjuk, ha a gömbréteg térfogatából kivonjuk a csonkakúp térfogatát:

$$V = \frac{\pi}{6}m(m^2 + 3r_1^2 + 3r_2^2) - \frac{\pi}{3}m(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) = \frac{434}{3}\pi - \frac{259}{3}\pi \approx 183,3 \text{ cm}^3.$$





2. eset: a gömb középpontja nincs az alapkörök között.

A kapott test egy gömbréteg, amelyből kivágtak egy csonkakúpot. A *2. ábrán* látható QAK és PBK háromszögekre felírjuk Pitagorasz tételét:

$$(7 + x)^2 + 3^2 = R^2 \quad \text{és} \quad x^2 + 4^2 = R^2.$$

A két egyenletet kivonva egymásból:

$$14x + 42 = 0,$$
$$x = -3.$$

Tehát ebben az esetben nincs megoldás.

b) A kombinációk számát úgy határozzuk meg, hogy az összes lehetséges eset számából kivonjuk a komplementer esemény (nincs aranyszínű elem) lehetőségeinek számát.

Összes lehetőség: négyféle rúd, háromféle rögzítő elem és ötféle függöny, összesen: $4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Komplementer: háromféle rúd, kétféle rögzítő elem, négyféle függöny, összesen: $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$.

Tehát összesen $60 - 24 = 36$ olyan kombináció van, amelyben valamelyik elem aranyszínű.