Beszámoló a 2019. évi Eötvös-versenyről

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2019. évi Eötvös-versenye október 11-én délután 3 órai kezdettel tizenkét magyarországi helyszínen[1] került megrendezésre. Ezért külön köszönettel tartozunk mindazoknak, akik ebben szervezéssel, felügyelettel a segítségünkre voltak. A versenyen a három feladat megoldására 300 perc áll rendelkezésre, bármely írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de (nem programozható) zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos. Az Eötvös-versenyen azok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Összesen 56 versenyző adott be dolgozatot, 19 egyetemista és 37 középiskolás.

Ismertetjük a feladatokat és azok megoldását.

*

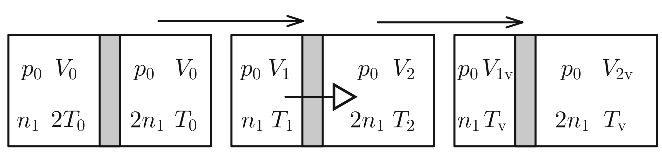
1. *Egy könnyen mozgó dugattyú egy hőszigetelt, vízszintes tengelyű hengert kezdetben két azonos, V_0 térfogatú részre oszt. Mindkét részben p_0 nyomású, egyatomos ideális gáz van. A bal oldali részben a kezdeti hőmérséklet $2T_0$, míg a jobb oldali részben T_0. A két részt elválasztó dugattyú mérsékelten hővezető, hőátadását az α paraméter jellemzi, azaz ΔT hőmérséklet-különbség esetén a dugattyún időegységenként átáramló hő $\alpha\Delta T$.*

a) Mekkora lesz a két részben a gázok térfogata, hőmérséklete és nyomása hosszú idő elteltével?

b) Adjuk meg az idő függvényében a két térrészben levő gáz $V_1(t)$ és $V_2(t)$ térfogatát!

*(*Tasnádi Tamás*)*

Megoldás. *a*) Amint a feladat szövege is mutatja, a kezdeti értékeket nulla indexszel, a bal oldali részt egyes, és a jobb oldali részt kettes indexszel jelöljük. A végső állapot mennyiségeit a „v” index mutatja. Az *1. ábra* a folyamatot és az állapotjelzők értékeit foglalja össze.



1. ábra

Mivel mindkét részben egyatomos ideális gáz van, a szabadsági fok $f = 3$. A kezdeti állapotra felírt gáztörvényből,

$$p_0V_0 = n_1R2T_0, \qquad p_0V_0 = n_2RT_0,$$

megkapjuk, hogy a jobb oldalon a mólok száma kétszer annyi, mint a bal oldalon: $n_2 = 2n_1$.

A dugattyú hőátadása következtében a bal oldali gáz lassan lehűl, és a jobb oldali melegszik, miközben a dugattyú balra tolódik. A folyamat lassúsága következtében a dugattyú két oldalán a nyomásnak meg kell egyeznie, azaz $p_1 = p_2$. Továbbá a rendszerben az energia megmarad, tehát a belső energiák összege állandó:

$$\frac{f}{2}n_1R2T_0 + \frac{f}{2}2n_1RT_0 = \frac{f}{2}n_1RT_1 + \frac{f}{2}2n_1RT_2,$$

amely egyszerűsítések után, és a gáztörvényt felhasználva:

$$p_0V_0 + p_0V_0 = p_1V_1 + p_1V_2.$$

A jobb és bal oldali térfogat összege nem változik, és így a fenti egyenletből következik, hogy a nyomás végig mindkét oldalon állandó marad, azaz

$$p_1 = p_2 = p_0,$$

és a folyamat izobár.

Most rátérünk a végső állapot meghatározására. Már tudjuk, hogy a végső nyomás megegyezik a kezdetivel. A dugattyún történő hőátadás következtében a végső hőmérséklet a két oldalon ugyanakkora. Az energiamegmaradás

$$\frac{f}{2}n_1R2T_0 + \frac{f}{2}2n_1RT_0 = \frac{f}{2}n_1RT_\mathrm{v} + \frac{f}{2}2n_1RT_\mathrm{v}$$

egyenletéből

$$T_\mathrm{v} = \frac{4}{3}T_0.$$

Gay-Lussac első törvényéből

$$V_{1\mathrm{v}} = \frac{2}{3}V_0 \qquad \text{és} \qquad V_{2\mathrm{v}} = \frac{4}{3}V_0.$$

[1]Részletek a verseny honlapján: `http://eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm`

b) Most térjünk rá a folyamat vizsgálatára. A bal oldali rész lehűl, a jobb oldali melegszik, azaz a bal oldal Δt idő alatt bekövetkező kicsiny ΔT_1 hőmérséklet-változása negatív, míg a jobb oldalra $\Delta T_2 > 0$. A folyamat izobár, ezért a bal és jobb oldal egyenlete:

$$\frac{f+2}{2} n_1 R \Delta T_1 = \alpha(T_2 - T_1)\Delta t, \qquad \text{illetve} \qquad \frac{f+2}{2} 2n_1 R \Delta T_2 = \alpha(T_1 - T_2)\Delta t.$$

Ezek az egyenletek az

$$\frac{f+2}{2} n_1 R \frac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t} = \alpha(T_2 - T_1), \qquad \text{illetve} \qquad \frac{f+2}{2} 2n_1 R \frac{\mathrm{d}T_2}{\mathrm{d}t} = \alpha(T_1 - T_2)$$

differenciálegyenleteknek felelnek meg. Ezekből kifejezve a $\mathrm{d}T_1/\mathrm{d}t$ és $\mathrm{d}T_2/\mathrm{d}t$ hányadosokat, valamint bevezetve a $\Delta T = T_1 - T_2$ hőmérséklet-különbséget

$$\frac{\mathrm{d}\Delta T}{\mathrm{d}t} = -\frac{3\alpha}{(f+2)n_1 R}\Delta T \qquad \text{és} \qquad \frac{\mathrm{d}(T_1 + 2T_2)}{\mathrm{d}t} = 0.$$

A második egyenletben a differenciálandó mennyiség nem változik, és kezdeti értékét ismerjük, tehát

$$T_1 + 2T_2 = 4T_0.$$

Az első egyenletben található állandó a hőátadási folyamat lecsengési együtthatója:

$$\lambda = \frac{3\alpha}{(f+2)n_1 R} = \frac{6\alpha T_0}{5p_0 V_0}.$$

A fentihez hasonló differenciálegyenlet a tudományokban számos helyen előfordul. Ezek közül a legismertebb a radioaktív bomlás, amelynek a megoldása a λ állandóval lecsengő exponenciális függvény. Mivel ismerjük ennek a függvénynek a kezdeti értékét, ennélfogva

$$\Delta T = T_0 \mathrm{e}^{-\lambda t},$$

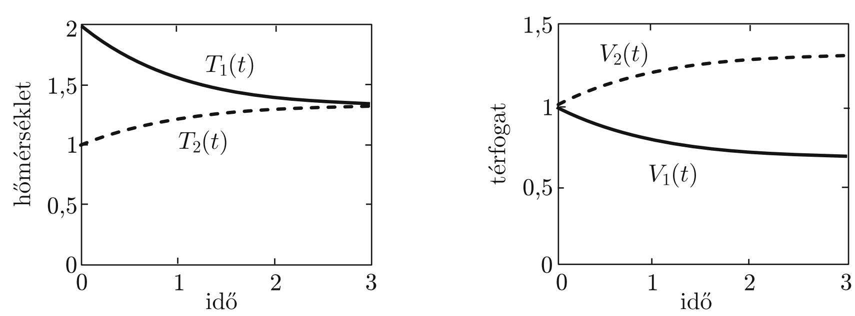
és így

$$T_1(t) = \frac{4}{3}T_0 + \frac{2}{3}T_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}, \qquad T_2(t) = \frac{4}{3}T_0 - \frac{1}{3}T_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}.$$

A térfogatok változását most is Gay-Lussac első törvénye adja:

$$V_1(t) = \frac{2}{3}V_0 + \frac{1}{3}V_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}, \qquad V_2(t) = \frac{4}{3}V_0 - \frac{1}{3}V_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}.$$

Ezeket a függvényeket a *2. ábra* grafikonjain is bemutatjuk, ahol a hőmérsékletet T_0, a térfogatot V_0, az időt pedig $1/\lambda$ egységekben mértük.



2. ábra

2. *Egy a oldalélű kocka minden éle egyforma, R ellenállású huzalból készült. A kocka homogén, kezdetben B_0 indukciójú mágneses mezőbe merül, amit τ idő alatt egyenletesen nullára csökkentünk. Mekkora a folyamat közben keletkező Joule-hő, ha a mágneses indukcióvektor a kocka egy csúcsban találkozó éleivel rendre α, β és γ hegyesszöget zár be?* ($\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.)

*(*Vigh Máté*)*

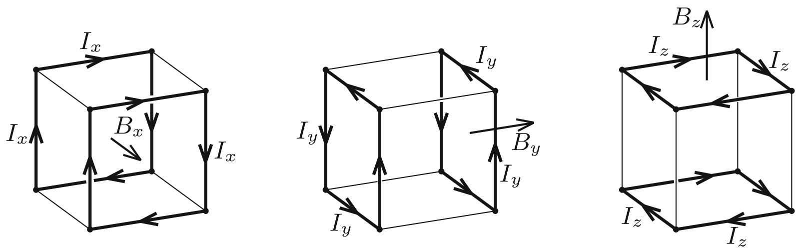
Megoldás. Képzeljük el egy pillanatra, hogy a mágneses térnek csak az x irányú, időben

$$B_x(t) = B_{x,0}(1 - t/\tau)$$

szerint változó komponense létezik, a másik két komponens pedig zérus! Ekkor a szimmetria miatt a *3. ábra* bal szélén látható árameloszlás jönne létre. A kocka 8 élében folyó, egyforma nagyságú I_x áramokat a Faraday-féle indukciótörvényből lehet meghatározni:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \qquad \longrightarrow \qquad 4RI_x = a^2\frac{B_{x,0}}{\tau},$$

ahol felhasználtuk, hogy a mágneses tér irányára merőleges lapokon átmenő, kezdeti $a^2B_{x,0}$ nagyságú fluxus τ idő alatt csökken nullára.



3. ábra

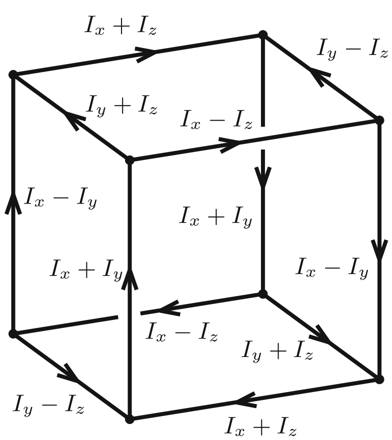
Hasonlóan kapjuk az élekben folyó áramerősségeket azokra az elképzelt esetekre, melyekben a mágneses mezőnek csak az y- vagy z-komponense van jelen (*3. ábra* középső és jobb szélső rajza):

$$I_x = \frac{a^2}{4R}\frac{B_{x,0}}{\tau}, \qquad I_y = \frac{a^2}{4R}\frac{B_{y,0}}{\tau}, \qquad I_z = \frac{a^2}{4R}\frac{B_{z,0}}{\tau}.$$

Ha a mágneses térnek mindhárom komponense jelen van, akkor a kialakuló feszültség- és árameloszlást a fenti három eset szuperpozíciójaként kapjuk, ezt mutatja a *4. ábra.*

A teljes Joule-hő teljesítménye az időben állandó erősségű áramok miatt konstans, nagysága pedig az egyes élekben disszipálódó RI^2 teljesítmények összege:

$$\begin{aligned} P = {} & 2R(I_x + I_y)^2 + 2R(I_x - I_y)^2 + \\ & + 2R(I_y + I_z)^2 + 2R(I_y - I_z)^2 + \\ & + 2R(I_x + I_z)^2 + 2R(I_x - I_z)^2. \end{aligned}$$



4. ábra

Ha a zárójeleket felbontjuk, az $(I_x + I_y)^2 + (I_x - I_y)^2 = 2I_x^2 + 2I_y^2$ összefüggés miatt a teljesítmény az alábbi alakra egyszerűsödik:

$$P = 8R\big(I_x^2 + I_y^2 + I_z^2\big).$$

A keletkező Joule-hőt az előbb kiszámított teljesítmény és a τ idő szorzataként számolhatjuk. Az I_x, I_y, I_z áramerősségekre korábban levezetett eredmények felhasználásával kapjuk a következőt:

$$Q = P\tau = \frac{a^4}{2R}\frac{B_{x,0}^2 + B_{y,0}^2 + B_{z,0}^2}{\tau} = \frac{a^4}{2R}\frac{B_0^2}{\tau}.$$

Azt az érdekes eredményt kaptuk, hogy a Joule-hő *független* a mágneses tér irányától, csupán annak nagyságától függ. A feladatban megadott α, β és γ szögekre tehát nem is volt szükség!

3. *Egy nagyon hosszú kötelet vízszintes helyzetben, a súlyánál sokkal nagyobb F_0 erővel megfeszítünk. A kötél a pozitív x tengelyen helyezkedik el, egyik vége pedig az origóban van.*

a) Ha a kötél origóban lévő végét A amplitúdójú, f frekvenciájú harmonikus rezgőmozgással az x tengelyre merőleges, vízszintes y irányban mozgatjuk, a kötélben transzverzális hullámok jönnek létre, amelyek (a kötél hosszegységre eső tömegétől és a feszítettségétől függő) c sebességgel terjednek. (A hullámok amplitúdója kicsi, vagyis $A \ll c/f$.) Adjuk meg a kötél x koordinátájú pontjának t időpillanatbeli $y(x,t)$ kitérését!

b) Mekkora átlagos teljesítmény szükséges a kötél végének mozgatásához?

c) Most a kötél origóban lévő vége y irányban szabadon elmozdulhat, de mozgását a kötél végének $v(t)$ sebességével arányos, $-\gamma v(t)$ erő fékezi. A kötélen egy A amplitúdójú szinuszhullám érkezik az origó felé. Azt tapasztaljuk, hogy a hullám részben vagy esetleg teljesen visszaverődik, melynek következtében egy, az origótól távolodó, B amplitúdójú szinuszhullám is kialakul.

Mekkora a visszavert hullám amplitúdója? Adjuk meg a B/A arányt! Vizsgáljuk a $\gamma \to \infty$ és $\gamma \to 0$ (nagyon erős és nagyon gyenge csillapítás) eseteket! Van-e olyan γ csillapítási tényező, amelynél egyáltalán nem verődik vissza hullám a kötél végéről?

*(*Gnädig Péter*)*

Megoldás. *a)* A kötél végpontjának rezgőmozgását az

$$y(t) = A\sin(2\pi ft + \varphi_0)$$

függvénnyel írhatjuk le, ahol φ_0 a rezgés fázisa a 0 időpillanatban, amely az időmérés kezdetének megfelelő megválasztásával nulla lehet.

A rezgés c sebességgel terjed az x tengely mentén, x távolságra $\frac{x}{c}$ idő alatt ér el. Így az x koordinátájú pontban a kitérés akkora, mint az origóban $\frac{x}{c}$ idővel korábban volt. Ez alapján a keresett hullámfüggvény:

$$y(x,t) = A\sin\left[2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = A\sin\left(2\pi ft - \frac{2\pi f}{c}x\right).$$

b) A kötél alakját egy rögzített $t = t_1$ pillanatban az

$$y(x) = y(x, t = t_1) = A\sin\left(2\pi ft_1 - \frac{2\pi f}{c}x\right)$$

egyváltozós függvény adja meg, ahol $2\pi ft_1$ egy konstans.

Bármely x pontban a kötél x tengellyel bezárt szögének tangense éppen ennek a függvénynek a meredeksége, amit legegyszerűbben (az x változó szerinti) deriválással határozhatunk meg:

$$\operatorname{tg}\alpha(x, t = t_1) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -A\frac{2\pi f}{c}\cos\left(2\pi ft_1 - \frac{2\pi f}{c}x\right).$$

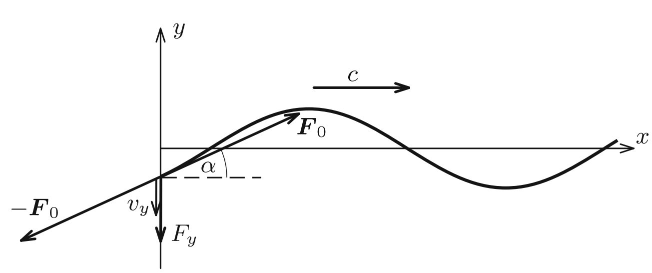
A kötél alakja azonban változik az idővel, így egy adott ponton a meredekség (és az α szög is) az idő függvénye lesz. Az origóban (az $x = 0$ helyen) a kötél iránytangense eszerint:

$$\operatorname{tg}\alpha(t) = \operatorname{tg}\alpha(x = 0, t) = -A\frac{2\pi f}{c}\cos\left(2\pi ft - \frac{2\pi f}{c}0\right) = -A\frac{2\pi f}{c}\cos(2\pi ft).$$

A kötél mozgatásához szükséges (időben változó) pillanatnyi teljesítményt a

$$P(t) = F_y(t)v_y(t)$$

szorzat határozza meg, ahol $F_y(t)$ az általunk a kötél végére kifejtett y-irányú erő, $v_y(t)$ pedig a kötél origóban lévő végének (y-irányú) sebessége (*5. ábra*).



5. ábra

Az y-irányú erő (felhasználva, hogy $\alpha \ll 1$):

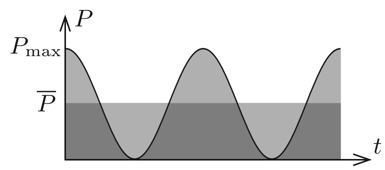
$$F_y = -F_0 \sin\alpha \approx -F_0 \operatorname{tg}\alpha = F_0 A \frac{2\pi f}{c} \cos(2\pi f t).$$

A kötél végének sebessége a rezgőmozgását leíró $y(t) = y(x = 0, t)$ egyváltozós függvény (t szerinti, jól ismert) deriváltja:

$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2\pi f A \cos(2\pi f t).$$

A pillanatnyi teljesítmény ezek alapján:

$$P(t) = F_y(t) v_y(t) = \frac{4\pi^2 f^2 A^2 F_0}{c} \cos^2(2\pi f t).$$



6. ábra

A keresett átlagos teljesítmény – a $\cos^2(2\pi f t)$ függvény *6. ábráról* leolvasható, jól ismert átlagértéke alapján – a maximális teljesítmény fele:

$$\overline{P} = \frac{P_{\mathrm{max}}}{2} = \frac{2\pi^2 f^2 A^2 F_0}{c}.$$

c) Ebben a részben az origó felé érkezik egy hullám. Ennek hullámfüggvénye az ellenkező irányú terjedés miatt:

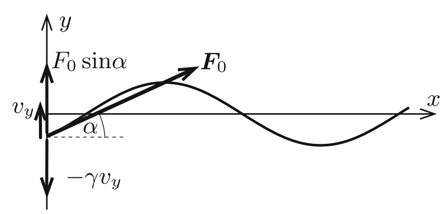
$$y_{\leftarrow}(x,t) = A \sin\left(2\pi f t + \frac{2\pi f}{c} x\right).$$

A visszaverődő hullám ismét a pozitív irányban halad:

$$y_{\rightarrow}(x,t) = B \sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} x + \varphi\right),$$

itt fel kell vennünk egy egyelőre ismeretlen φ fáziskülönbséget is. A kötélen kialakuló hullám ennek a két hullámnak a szuperpozíciója:

$$y(x,t) = y_{\leftarrow}(x,t) + y_{\rightarrow}(x,t).$$



7. ábra

A kötél vége y irányban szabadon mozoghat, így a rá ható y-irányú erők eredőjének minden pillanatban nullának kell lennie:

$$F_0 \sin\alpha - \gamma v_y \approx F_0 \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - \gamma \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0.$$

A hullámfüggvény és a deriváltak:

$$y = y_{\leftarrow} + y_{\rightarrow} = A \sin\left(2\pi f t + \frac{2\pi f}{c} x\right) + B \sin\left(2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} x + \varphi\right),$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{2\pi f}{c} A \cos\left(2\pi f t + \frac{2\pi f}{c} x\right) - \frac{2\pi f}{c} B \cos\left(2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} x + \varphi\right),$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2\pi f A \cos\left(2\pi f t + \frac{2\pi f}{c} x\right) + 2\pi f B \cos\left(2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} x + \varphi\right).$$

Ezeket behelyettesítve az erőegyensúly képletébe, és rendezve:

$$F_0 \left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0} = \gamma \left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right|_{x=0},$$

$$F_0 \frac{2\pi f}{c} A\cos(2\pi ft) - F_0 \frac{2\pi f}{c} B\cos(2\pi ft+\varphi) =$$

$$= \gamma 2\pi f A\cos(2\pi ft) + \gamma 2\pi f B\cos(2\pi ft+\varphi),$$

$$F_0 A\cos(2\pi ft) - F_0 B\cos(2\pi ft)\cos\varphi + F_0 B\sin(2\pi ft)\sin\varphi =$$

$$\gamma cA\cos(2\pi ft) + \gamma cB\cos(2\pi ft)\cos\varphi - \gamma cB\sin(2\pi ft)\sin\varphi.$$

Ezeknek az egyenleteknek minden időpontban teljesülnie kell, így a $\cos(2\pi ft)$-s és a $\sin(2\pi ft)$-s tagokra külön-külön is:

$$F_0 A - F_0 B\cos\varphi = \gamma cA + \gamma cB\cos\varphi,$$

$$F_0 B\sin\varphi = -\gamma cB\sin\varphi.$$

A második egyenlet alapján $\sin\varphi = 0$, $\varphi = 0$ (vagy $\varphi = \pi$) és így $\cos\varphi = 1$ (vagy $\cos\varphi = -1$). Ezt felhasználva az első egyenlet alapján:

$$B = \frac{F_0 - \gamma c}{F_0 + \gamma c} A.$$

Ha $\gamma \to \infty$ (rögzítjük a kötél végét), akkor $B = -A$, tehát a hullám azonos amplitúdóval, de ellentétes fázisban (π fázisugrással) verődik vissza.

Ha $\gamma \to 0$ (a kötél vége teljesen szabadon mozog), akkor $B = A$, azaz a hullám szintén azonos amplitúdóval, de most azonos fázisban verődik vissza.

$B = 0$-t akkor kapunk, ha $\gamma = F_0/c$, ilyenkor tehát egyáltalán nincs visszaverődés.

Megjegyzés. A *b*) és *c*) kérdésekre válaszolhatunk energetikai megfontolásokkal is. Ehhez a hullám – mozgási és rugalmas helyzeti energiából származó – energiasűrűségét kell meghatározni.

*

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és díjkiosztásra 2019. november 22-én délután került sor az ELTE TTK Konferenciatermében. Jelen volt a 70 évvel ezelőtti, háború utáni első Eötvös-verseny győztese, *Holics László,* aki pár szóban visszaemlékezett erre a versenyre. Meghívást kaptak az 50 és 25 évvel ezelőtti Eötvös-verseny nyertesei is. Az 50 évvel ezelőtti díjazottak közül *Láz József* volt jelen, a 25 évvel ezelőtti díjazottak közül pedig *Horváth Péter, Kovács Krisztián, Tóth Gábor Zsolt* és *Varga Dezső* jött el – ők pár mondatban beszéltek a pályafutásukról.

Ezután következett a 2019. évi verseny feladatainak és megoldásainak bemutatása. Az 1. feladat megoldását Tichy Géza, a 2. feladatét Vigh Máté, a 3. feladatét Vankó Péter ismertette.

Az esemény végén került sor az eredményhirdetésre. A díjakat *Sólyom Jenő,* az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke adta át.

Mindhárom feladat helyes megoldásáért I. díjban részesült **Elek Péter,** a BME fizika BSc. szakos hallgatója, a Debreceni Református Kollégium Dóczy Gimnáziumának érettségizett tanulója, *Tófalusi Péter* tanítványa.

Két feladat hibátlan megoldásáért, illetve mindhárom feladat kisebb hibákkal való megoldásáért II. díjban részesült **Bokor Endre**, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Schramek Anikó* tanítványa, **Fajszi Bulcsú,** a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa, valamint **Fitos Bence,** a BME fizika BSc. szakos hallgatója, a Budapesti Németh László Gimnázium érettségizett tanulója, *Szászvári Irén* és *Dégen Csaba* tanítványa.

Két feladat lényegében helyes megoldásáért III. díjban részesült **Csépányi István,** a BME fizika BSc. szakos hallgatója, az Egri Szilágyi Erzsébet Gimnázium érettségizett tanulója, *Szabó Miklós* tanítványa, **Máth Benedek Huba,** a BME fizika BSc. szakos hallgatója, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója, Horváth Gábor és *Nagy Piroska Mária* tanítványa, **Olosz Adél,** a BME építőmérnöki BSc. szakos hallgatója, a PTE Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója, *Koncz Károly* tanítványa, valamint **Svastits Domonkos,** a BME fizika BSc. szakos hallgatója, a budapesti Piarista Gimnázium érettségizett tanulója, *Chikán Éva* tanítványa.

Egy feladat hibátlan megoldásáért dicséretben részesült **Kondákor Márk,** a BME fizika BSc. szakos hallgatója, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója, Horváth Gábor és Nagy Piroska Mária tanítványa, **Magyar Róbert Attila,** a BME fizika BSc. szakos hallgatója, az Egri Dobó István Gimnázium érettségizett tanulója, *Hóbor Sándor* tanítványa, valamint **Pácsonyi Péter,** a Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Pálovics Róbert* tanítványa.

Az első díjjal a verseny plakettjén kívül az *NKFI Hivatal* által nyújtott támogatásból 70 ezer, a második díjjal 50 ezer, a harmadik díjjal 30 ezer, a dicsérettel 20 ezer forint pénzjutalom járt, a díjazottak tanárai és az országos verseny szervezői pedig a *Typotex Kiadó* könyveit kapták. A verseny megszervezését az Eötvös Loránd Fizikai Társulat ebben az évben szintén az NKFI Hivatal által az *Eötvös 100 emlékév* alkalmából nyújtott támogatásból fedezte.

Tichy Géza, Vankó Péter, Vigh Máté