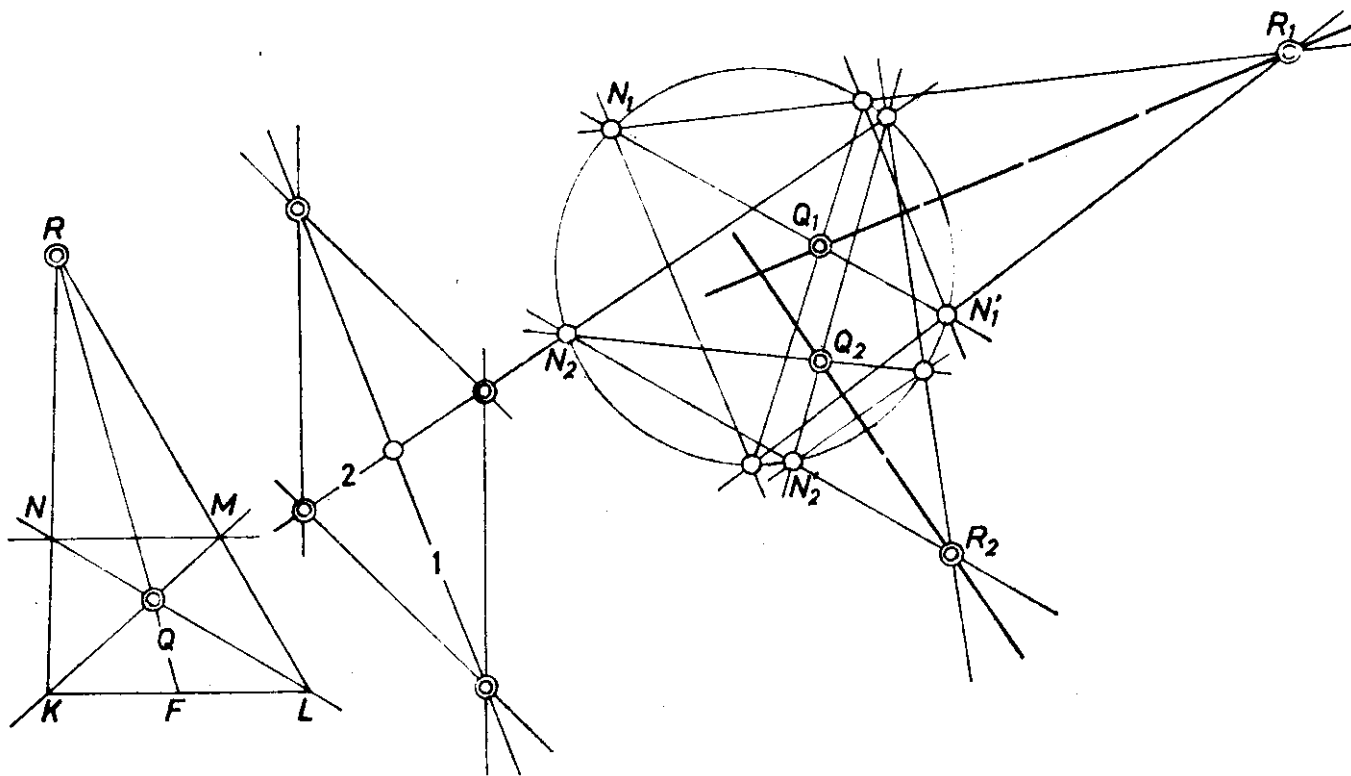


Szerkesztésünk a következő tételen és *megfordításán* alapul. Legyen a  $KLMN$  (konvex) trapézban  $MN \parallel KL$  és  $MN \neq KL$ , továbbá jelöljük a  $KM, LN$  átlók metszéspontját  $Q$ -val, a  $KN, LM$  szárak egyenesének metszéspontját  $R$ -rel; ekkor a  $QR$  egyenes felezi a trapéz  $KL, MN$  alapjait. A tétel egyik megfordítása: Jelölje a  $KL$  szakasz felezőpontját  $F$ , a sík tetszőleges (de nem a  $KL$  egyenesen levő) pontját  $R$ , az  $FR$  egyenes, tetszőleges (de  $F$  és  $R$ -től különböző) pontját  $Q$ . Megrajzolva még az  $RR$  és  $QL$ , valamint a  $QK$  és  $RL$  egyeneseket, ezeknek  $N$ , ill.  $M$  metszéspontja egy, a  $KL$ -vel párhuzamos egyenest határoz meg.

Rekonstruálhatjuk azonban az ábrát a következőképpen is: legyen a sík tetszőleges pontja  $N$ , az  $NK$  egyenes  $N$ -től és  $K$ -tól különböző pontja  $R$ , az  $RF$  és  $NL$  egyenesek metszéspontja  $Q$  végül  $QK$  és  $RL$  metszéspontja  $M$ . (Itt megkülönböztetett szerepet adtunk a szimmetrikus  $K, L$  pontpár elemeinek, és azt értük el, hogy az  $NM$  párhuzamos egyenes nemcsak „valahol” keletkezik, hanem átmegy az általunk megválasztott  $N$  ponton.)



Rátérve feladatunkra, a megfordított tétel kiindulását biztosítja az adott paralelogramma átlóinak megrajzolása, ezáltal hozzájutunk két különböző irányú felezett szakaszhoz. Szerkeszthetünk tehát a körhöz két különböző irányú párhuzamos szelőpárt, és így a kimetszett húrok végpontjai egy-egy szimmetrikus trapéz csúcsait jelölik ki. Végül az elsőnek kimondott tétel alapján megkaphatjuk mindegyik húrpár felezőpontjainak összekötő egyenesét, ezek az adott körnek is szimmetriatengelyei, átmérői, tehát metszéspontjuk a kör keresett középpontja.

Célszerűbb a megfordított tétel vonalainak sorrendjét a második megfogalmazás szerint választani, mert így  $N$ -t a kör pontjaként mi választhatjuk (egymás után 4-szer) és elérhetjük, hogy a húrok különböző hosszúak legyenek. Így pedig az utolsó lépésben az  $R$  pont (a szárak metszéspontja) nem túl messze jön létre.

*Megjegyzések.* 1. A leírt szerkesztés a paralelogramma és a kör minden lehetséges helyzetében elvégezhető, ha – mint szokás – vonalzóinkat tetszőleges hosszúnak képzeljük, illetve az egyeneseket meghosszabbíthatjuk. Elvileg egész más kérdés volna – csak megpendítjük –, ha véges hosszú vonalzóval a hosszánál távolabb fekvő pontok összekötő egyenesét kívánnánk megszerkeszteni.

2. A kör középpontját ismerve, tetszőleges, rajta átmenő egyenesen kapunk felezett szakaszt – esetleges további célokra.

3. Már a paralelogramma  $C$  középpontjának meghatározása után is kaphatunk tetszőleges irányú felezett szakaszokat (általában kettőt is): a  $C$ -n átmenő egyenes a két oldalegyenespárt szimmetrikus pontokban metszi.

4. A paralelogramma és a kör kölcsönös helyzete szerint esetenként ügyeskedhetünk: csökkenthetjük a szerkesztési lépések számát, alkalmasan választva a pontokat. Megemlítjük csupán, hogy ha a paralelogramma mindegyik oldalegyenesese szelője a körnek, akkor nincs is szükség a paralelogramma középpontjára. Néhány versenyző csak ilyen helyzetre tudta elvégezni a szerkesztést.