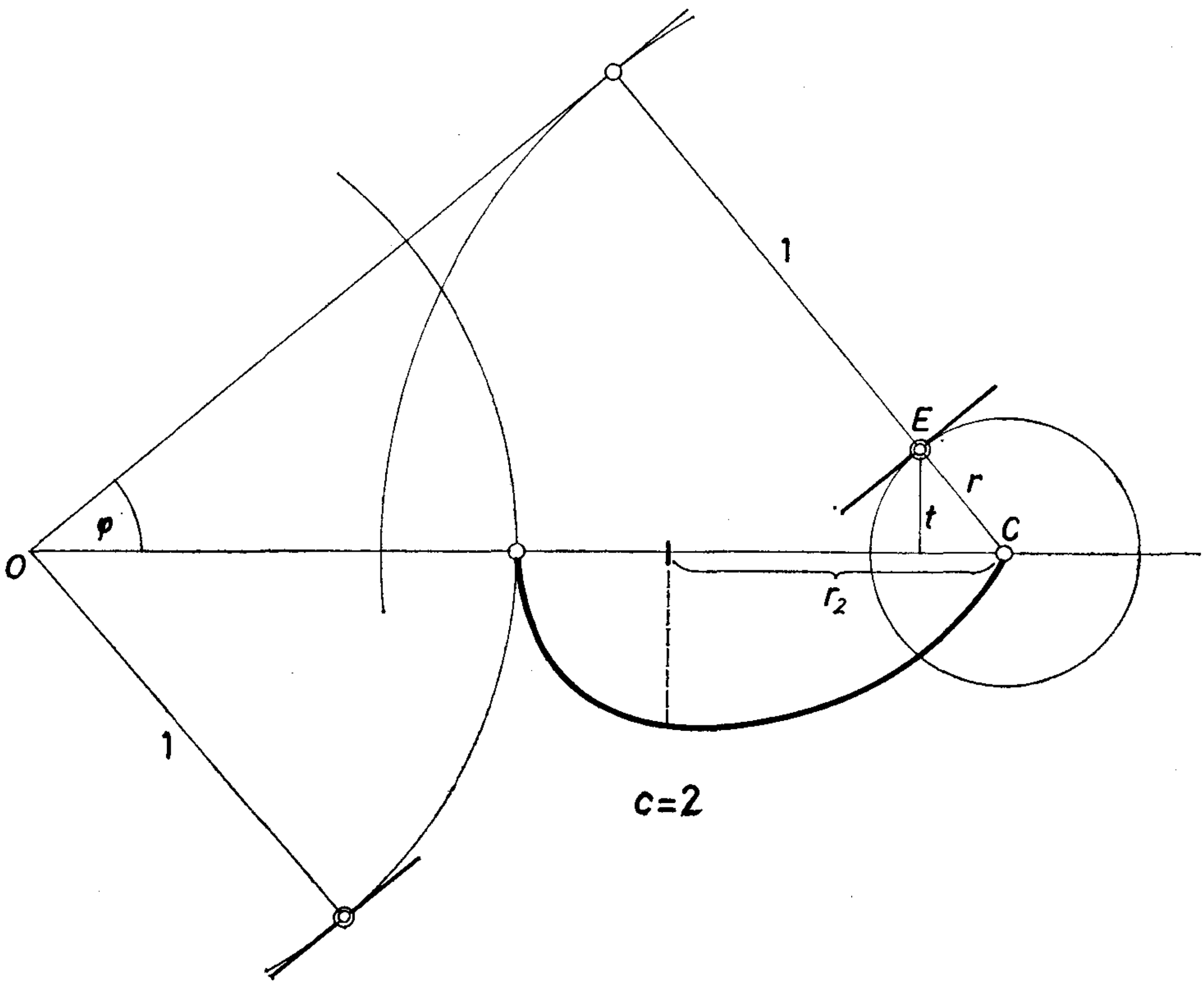
Legyen a rögzített kör sugara a hosszúságegység, középpontja a koordináta-rendszer origója, a másik kör centruma a $C(c,\,0)$ pont és sugara r. A követelményekre tekintettel $c>1$ és $0\le r\le c-1$.



Ekkor a belső közös érintők egyikének φ irányszögére – az irány ismert szerkesztési elve szerint –

$$sin\ \varphi=\frac{1+r}{c},\qquad \cos\varphi=\frac{1}{c}\sqrt{c^2-(1+r)^2}.$$

Ebből a kérdéses E érintési pontnak OC-től való távolsága

$$t=r\sin(90^\circ-\varphi)=\frac{r}{c}\sqrt{c^2-(1+r)^2}.$$

Ez nem negatív, ezért elég megkeresnünk t^2 maximumát:

$$t^2=\frac{c^2-1}{c^2}r^2-\frac{2}{c^2}r^3-\frac{1}{c^2}r^4.$$

Keressük, hol tűnik el a deriváltja. Ez, mindjárt átrendezés után:

$$\left(-\frac{2r}{c^2}\right)(2r^2+3r-c^2+1)=0.$$

Az első tényező révén $r=0$ mellett teljesül ez, de mi nem ezt keressük, hiszen itt $t=0$.

A nagy zárójelbeli másodfokú polinomnak két különböző zérushelye van: r_1, r_2-ben, hiszen $r_1r_2=-(c^2-1)/2<0$, előjelük különböző; legyen $r_1<0<r_2$. Így r_1 nincs benne t értelmezési tartományában,

$$r_2=-\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{c^2}{2}+\frac{1}{16}}$$

viszont benne van, mert a tartomány jobb végpontjában, $(c-1)$-ben már pozitív a polinom értéke: $c^2-c=c(c-1)>0$ (és mert a másodfokú tag együtthatója pozitív).

Az r_2 helyen növekedve halad át a polinom, tehát a derivált csökkenően. Eszerint ott t^2-nek maximuma van, és vele együtt t-nek is. Ezzel a feladatot megoldottuk.