

## I. rész

1. a) Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$\sqrt{x} = 6 - x. \quad (5 \text{ pont})$$

b) Oldjuk meg a  $[-\frac{\pi}{2}; 0]$  intervallumon az alábbi egyenletet:

$$\sin^2 x + \cos x = -1. \quad (6 \text{ pont})$$

2. A májusban megírt emelt szintű matematika érettségi dolgozatok 1. feladatának eredményessége látható az alábbi táblázatban:

A vizsgált év	2013	2014	2015	2016	2017
Eredményesség (%)	84	88	79	86	83

a) Határozzuk meg az eredményességek terjedelmét, átlagát és szórását. (4 pont)

Csaba érettségi bizonyítványában az alábbi osztályzatok szerepelnek: 3; 4; 5; 4; 3; 4.

b) Legkevesebb hány osztályzatot kellene törölni a bizonyítványából, hogy az osztályzatok mediánja megváltozzon? (4 pont)

Csaba 12. osztályos év végi bizonyítványában 7 db 4-es és 5 db 5-ös osztályzat szerepel, melyek közül véletlenszerűen kiválasztunk 3 osztályzatot.

c) Igazoljuk, hogy ha az osztályzatokat *visszatevés nélkül* választjuk ki, akkor annak a valószínűsége, hogy 2 db 4-es és 1 db 5-öst választottunk  $\frac{21}{44}$ . (4 pont)

3. Egy paralelogrammában az átlóhosszak négyzetének összege 74,45, az átlóhosszak négyzetének különbsége 32,13.

a) Számítsuk ki a paralelogramma átlóinak hosszát. (4 pont)

b) Igaz-e, hogy a paralelogramma átlóinak felezőpontján átmenő, annak hosszabbik oldalával párhuzamos egyenes két egyenlő területű részre osztja a paralelogrammát? (4 pont)

c) Határozzuk meg a paralelogramma szomszédos oldalhosszainak négyzetösszegét. (6 pont)

4. Egy konyhai papírtörölő tekercs 80 darab 0,5 mm vastag téglalap alakú lapból áll. Egy papírlap 240 mm hosszú és 230 mm széles téglalap, melyek a szélességüknél perforációs (tépést megkönnyítő) résszel kapcsolódnak egymáshoz. A tekercs közepén lévő üres henger átmérője 40 mm.

a) Hány teljes fordulatot tesz meg az üres henger, ha az egész papírtekercsét körbe letekerjük? (A perforációs részek méretétől tekintsünk el.) (9 pont)



Az egyik ismert márkájú papírtörölő tekercs lapjaira mintákat is nyomtatnak. A gyártósoron 8 különböző mintából csak 3-féle mintát használnak fel egy lapra. A gyártósoron az összes lehetséges mintahármaszt beállítják a gépeken, amelyeket egymás után folyamatosan nyomtatnak a papírtörölő lapjaira.

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy adott tekercs egy lapját kiválasztva a tekercsen van még egy ugyanilyen mintázatú másik lap? (5 pont)

## II. rész

5. A térképrészleten egy háromszög alakú telek látható, melynek Toldi úti oldala 50 m, Petőfi úti oldala 65 m és Mikszáth úti oldala 75 m hosszú. A telket Csaba, László és Levente öröklí, akik megállapodnak, hogy a Toldi úttal párhuzamos kerítésekkel három egyenlő területű részre osztják fel a telket úgy, hogy mindenkinek legyen kijárata a Mikszáth útra, a főútra.

a) Milyen hosszú drótkerítést kell venniük a telkek szétválasztásához? (6 pont)



A helyi építési szabályzat nem engedélyezi olyan épület építését, amelynek két szomszédos fala által bezárt szög  $60^\circ$ -nál kisebb.

b) Kiadható-e építési engedély arra az épületre, amelyet úgy terveznek, hogy a Toldi és a Mikszáth utca sarkán fog állni, és külső falai ezzel a két utcával párhuzamosak lesznek? (4 pont)

Csaba, László és Levente megállapodtak abban, hogy a telkek felosztása után kockadobással döntenek el, hogy milyen sorrendben választanak a telkek közül. Mindenki dob egyet egy szabályos dobókockával, és ha nincs azonos dobás, akkor a legnagyobbat dobó választ először, majd a második legnagyobbat dobó másodszor, végül a legkisebb számot dobó kapja a maradék telekrészt. Ha van egyenlő a dobott számok között, akkor a dobás érvénytelen és addig dobnak újra, amíg nem lesz három különböző eredmény.

c) Mekkora valószínűséggel választ először Levente telket? (6 pont)

6. Adott a valós számok halmazán értelmezett  $f$  és  $g$  függvény:

$$f(x) = \frac{x^3}{8} - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} \quad \text{és} \quad g(x) = -x^2 + 2x.$$

a) Adjuk meg az  $f$  függvény lokális szélsőértékhelyeit. (5 pont)

b) Igazoljuk, hogy az  $f$  és  $g$  függvények grafikonjának három közös pontja van. (5 pont)

c) Számítsuk ki az  $f$  és  $g$  függvények grafikonja által közbezárt terület nagyságát az  $x_1 = 0$  és  $x_2 = 2$  határok között. (6 pont)

7. a) Hány különböző 124 jegyű tízes számrendszerbeli természetes szám képezhető 62 db nulla és 62 db egyes számjegyből? (Elegendő csak a kiszámítás módját megadni.) (3 pont)

b) Mutassuk meg, hogy a 62 db nullából és 62 db egyesből álló 124-jegyű tízes számrendszerbeli természetes számok egyike sem lehet négyzetszám. (5 pont)

c) Határozzuk meg annak a számrendszernek az alapszámát, amelyben a 124 felírható olyan 3 jegyű számként, melynek minden számjegye azonos. (8 pont)

8. Az egyetemi felvételi eljárásban július közepéig lehet módosítani azoknak a szakoknak a sorrendjét, amelyekre felvételizni szeretnénk. Márta 5 különböző államilag támogatott képzésre jelentkezett, és közülük három szak esetén beadta a jelentkezést az önköltséges képzésre is.

a) Hány különböző sorrendben adhatja be a módosításnál ezeket a szakokat, ha az nem fordulhat elő, hogy egy bizonyos szakból előkelőbb helyen áll az önköltséges képzés, mint az államilag finanszírozott? (5 pont)

Márta a módosítás után sajnos csak az önköltséges képzésre jutott be, amelynek díja félévenként 250 000 Ft. Szülei az elmúlt 5 évben havi 20 000 Ft-ot tettek félre erre a célra. A megtakarítás 5 évig egy olyan számlán volt, amely havonta 1%-ot kamatozott, és az összeget havonta tőkésítették.

b) Legfeljebb hány félévnyi tandíjra elegendő a teljes lekötött összeg? (5 pont)

Márta úgy döntött, hogy a lekötött összegből 500 000 Ft-ot rögtön berak a bankba, majd a következő év elején még újabb 500 000 Ft-ot hozzátesz. Ebben a konstrukcióban a kamatot évente tőkésítették, azaz minden év végén adták hozzá a bent lévő összeghez a kamatot.

c) Hány százalék volt az éves kamat, ha Márta a második év végén csak a kamatokból 76 250 Ft-ot tudott felvenni? (7 pont)

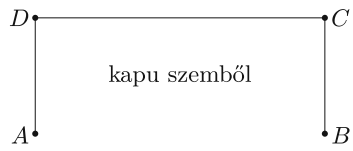
9. Az Oroszországban rendezett labdarúgó világbajnokságra nagy létszámú horvát baráti társaság utazott ki. Az első három horvát mérkőzést a társaság 90-90-90%-a tekintette meg.

a) Legalább illetve legfeljebb a szurkolók hány százaléka láthatta mindhárom mérkőzést? (4 pont)

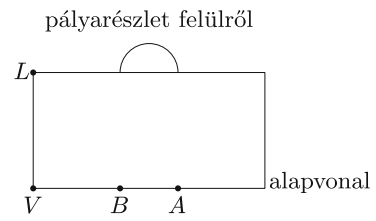
Horvátország az első mérkőzését Nigéria ellen vívta a kalinyingrádi (régii porosz Königsberg) stadionban. Egy sorban 12 horvát szurkoló ült, akik közül néhányan kézfogással köszöntötték egymást.

b) Lehetséges-e, hogy az egyes szurkolók 11, 10, 11, 6, 9, 11, 7, 4, 8, 11, 5, 11 másik szurkolóval fogtak kezét? (3 pont)

Egy szabadrúgás alkalmával az  $L$  pontban lévő labda éppen 16,5 m-re van az alapvonaltól. Az alapvonalnak a labdához legközelebb levő  $V$  pontja ugyancsak 16,5 m-re van az alapvonalon elhelyezkedő 7,32 m széles és 2,44 m magas kapu labdához közelebbi függőleges kapufájának  $B$  talppontjától.



$L$



c) Mekkora szögben látja a  $L$  pontban álló focista a  $BD$  szakaszt, ha szemmagassága 174 cm-en van? (9 pont)