Jegyzet az előbbi czikkhez.
Jamet, marseilli tanártól.[1])

Kimutatható, hogy a Lemoine-féle tétel ábrájában az $FNF'N'$ négyszög húrnégyszög.

(Ha ugyanis az $F'M$ egyenesre felvisszük az $MJ = MF$ hosszúságot, akkor az $MF' \cdot MF = MN' \cdot MN$ egyenlőség értelmében, $MF' \cdot MJ$ is egyenlő $MN' \cdot MN$-nel. Tehát az $JNF'N'$ négyszög húrnégyszög. De J és F pontok szimmetrikusak az NN' egyenesre az M pontban merőlegesen húzott egyenesre, mint tengelyre nézve. Ez pedig az $JNF'N'$ kör egy átmérője lévén, az F pont is az $JNF'N'$ körön fekszik, vagyis az $FNF'N'$ is húrnégyszög. *Szerk.)*

Abból, hogy az $FNF'N'$ négyszög húrnégyszög és hogy az $ONF' = N'NF$, következik, hogy $ONF' = N'F'F$-fel is; továbbá, hogy az $ON'F' = NN'F$ egyenlő egyszersmind az $NF'F$-fel is.

Abból, hogy $F'ON = F'ON'$ és $ON \cdot ON' = OF'^2$ következik, hogy a parabolának, mely NF'-et N-ben és $N'F'$-et N'-ben érinti, gyújtópontja az O. Minthogy $F'M$ e parabolának egy átmérője, az $N'F'O$ szög $= MF'N$ szöggel. -Hasonlóképpen látható, hogy $N'FO = MFN$.

Összefoglalva az egészet, azt látjuk, hogy a következő szögegyenlőségek állanak fenn:

$$1.\ FON = FON' \quad \text{és} \quad F'ON = F'ON';$$

$$2.\ ONF = F'NN' = F'FN' = MFN;$$

$$3.\ ONF = FNN' = FF'N' = MF'N;$$

$$4.\ ON'F' = FN'N = FF'N = MF'N';$$

$$5.\ ON'F = F'N'N = F'FN = MFN.$$

Nem szükséges említenem, hogy mind e szögegyenlőségek levezethetők bizonyos háromszögek hasonlóságából, ha a következő aránylatokból indulunk ki:

$$\frac{MN}{MF} = \frac{MF'}{MN} \qquad \text{és} \qquad \frac{MN'}{MF} = \frac{MF'}{MN'}$$

Az előbbi czikk második ábrájának tanulmányozása egy egyenesre vonatkozó megjegyzéssel végződik, mely az O-tól $OH = a$ távolságra fekszik. E megjegyzésnek több érdek és preczizitás kölcsönözhető, ha megfontoljuk, hogy a főkör H pontja az ellipszis M pontjának ordinátáján fekszik. Valóban kimutatható, hogy

$$FM = FG = a - c \ \cos FOH$$

hol FG az F pont távolsága a parabola vezérvonalától és

$$F'M = F'G' = a + c \ \cos FOH$$

(Ugyanis ha az $M(x_0 y_0)$ pont coordinátái x_0 és y_0 a következő egyenletek által advák:

$$x_0 = a \ \cos\varphi \qquad \text{és} \qquad y_0 = b \ \sin\varphi$$

bebizonyítandó, miszerint

$$\varphi = FOH.$$

Minthogy

$$(a - c \cdot \cos FOH)^2 = y_0^2 + (x_0 - c)^2 = b^2 \sin^2\varphi + a^2\cos^2\varphi - 2ac \cdot \cos\varphi + c^2 =$$
$$= a^2 \sin^2\varphi - c^2 \sin^2\varphi + a^2 - a^2 \sin^2\varphi - 2ac \cdot \cos\varphi + c^2 =$$
$$c^2\cos^2\varphi - 2ac \cdot \cos\varphi + a^2 = (a - c \cdot \cos\varphi)^2$$

következik, miszerint tényleg

$$\cos\varphi = \cos \ FOH.$$

Szerk.)

Az M az ellipszis egy pontja lévén, H és H' a főkör két pontja, melyek az M-mel egy ugyanazon, a nagy tengelyre merőleges egyenesen fekszenek, N és N' pedig azon pontok, melyben az ellipszis normálisa az M pontban az OH és OH' sugarakat metszi, kimondhatjuk végre, hogy az N és N' pontok mértani helyei két kör által advák, melyeknek középpontja O, és melyeknek sugarai $(a + b)$ és $(a - b)$.

[1] "Bulletin de mathématiques spéciales" p.46.