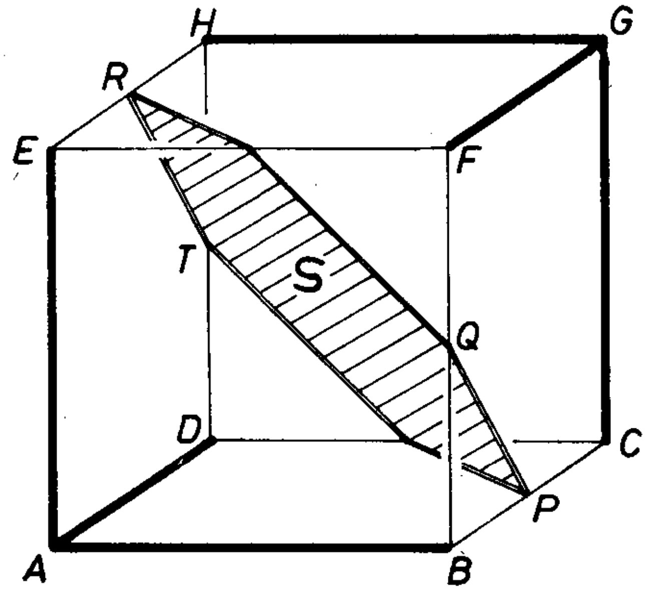
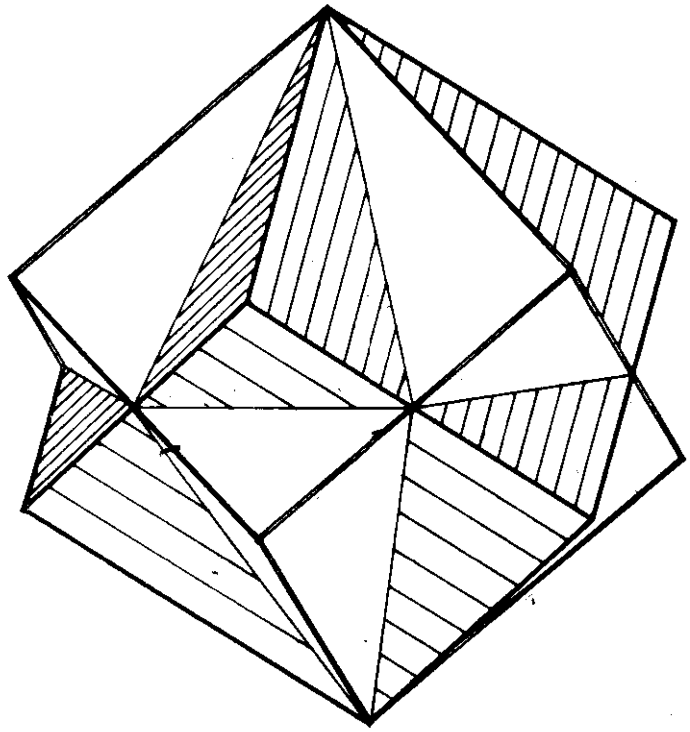
Tartsuk a kocka egyik lapját vízszintesen, ennek a csúcsait jelöljük A-val, B-vel, C-vel, D-vel, a felettük levő csúcsokat pedig rendre E-vel, F-fel, G-vel, H-val, a kocka centrumát O-val.



Fessük képzeletben pirosra az A-ból és G-ből induló éleket, és fessük a többi élt kékre. Bármelyik kék élt vesszük is, annak felezőpontja az A és G csúcsokkal együtt egyenlő szárú háromszöget határoz meg, hiszen a kocka lapjai egybevágóak. Emiatt ezek a felezőpontok benne vannak az AG-re merőleges, O-n átmenő S síkban, és az O-tól egyenlő távolságra vannak. Mondjuk közülük szomszédosoknak azokat, amelyek a kockának ugyanazon a lapján vannak, így mindegyiknek két szomszédja lesz, és azoktól egyenlő távolságra van. A kék élek felezőpontjai tehát AG-re merőleges, O-n átmenő síkú szabályos hatszöget határoznak meg. Fessük ezt a hatszöget is kékre.

Tekintsük azt a két gúlát, amelyek közös alapja a kék hatszög, és csúcsaik az A és G pontok. Az AG egyenes mindkettőnek szimmetriatengelye, a gúlák arra tükrözve önmagukba mennek át. Fessük ezeket a gúlákat is kékre, a kocka többi részét pirosra. Így hat egybevágó, háromszög alapú gúlát festettünk pirosra, tekintsük például közülük az AB élhez csatlakozót. Ennek további csúcsai a BC, BF élek P, Q felezőpontjai. Ha az AG egyenesre tükrözünk, A a helyén marad, P és Q az S-en belül tükröződik O-ra, és a kék hatszög szemközti csúcsaiba megy át. Ezek rendre az EH, DH élek R, T felezőpontjai. Mivel a térben az egyenesre vonatkozó tükrözés helyettesíthető az egyenes körüli $180°$-os forgatással, és az AG körüli $180°$-os forgatás a kék gúlákat önmagukba viszi át, az A csúcsú kék gúlához az APQ lapon át kívülről csatlakozó piros tetraédert az AG körüli forgatás az ATR laphoz kívülről csatlakozó tetraéderbe viszi át. Az ATR lap azonban benne van a kocka $ADHE$ lapjában, emiatt a kocka piros éleinek az AG-re vonatkozó tükörképe sem piros, sem kék részben nincs benne. Ez azt jelenti, hogy az eredeti és a tükrözött kocka együttes térfogatát megkapjuk, ha az eredeti kocka térfogatához hozzáadjuk a piros részeinek a térfogatát.



Az $ABPQ$ tetraéder BPQ lapjának a területe 1/8, AB magassága 1, a térfogata tehát 1/24. Így a 6 kis tetraéderből álló piros részek együttes térfogata 1/4, és a két kocka együttes térfogata 5/4.