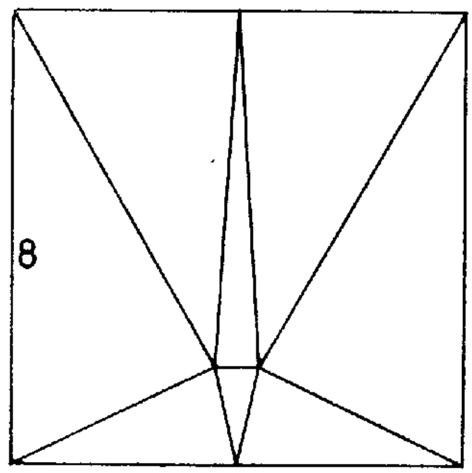
Síkidomok felbontása hegyesszögű vagy egyenlő szárú háromszögekre

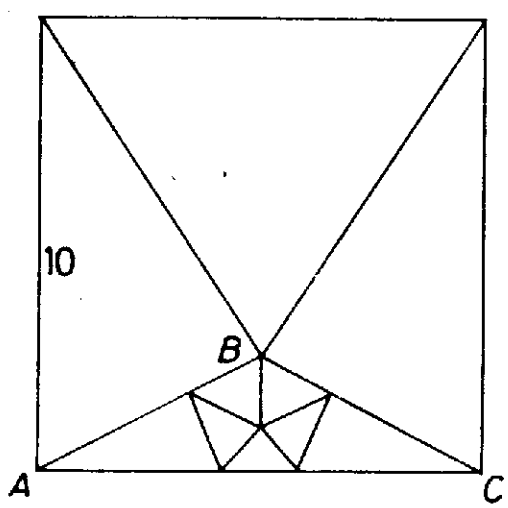
(Fordította *Fried Ervinné*)

Egy háromszög hegyesszögű, ha mindegyik belső szöge kisebb 90°-nál. Mi azon hegyesszögű háromszögek számának minimuma, amennyire egy négyzetet fel lehet bontani úgy, hogy a részek ne fedjék egymást?

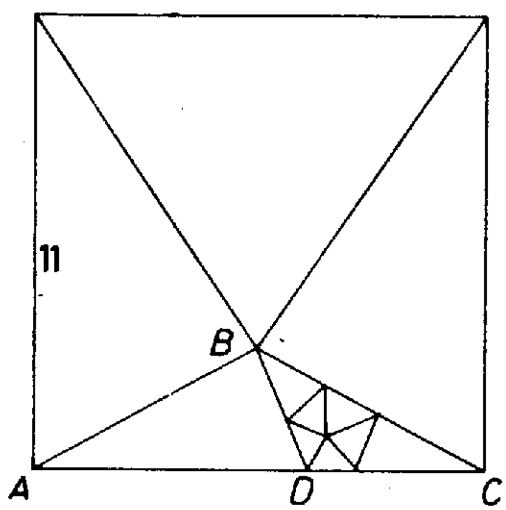
Martin Gardner 20 évvel ezelőtt mutatta meg, hogyan lehet egy négyzetet 8 hegyesszögű háromszögre bontani. (1. ábra). A *New Mathematical Diversions from Scientific American*-ban ezt írta a problémáról: „Néhány napig meg voltam győződve, hogy 9 a válasz, amikor hirtelen megláttam, hogyan lehet ezt 8-ra csökkenteni."



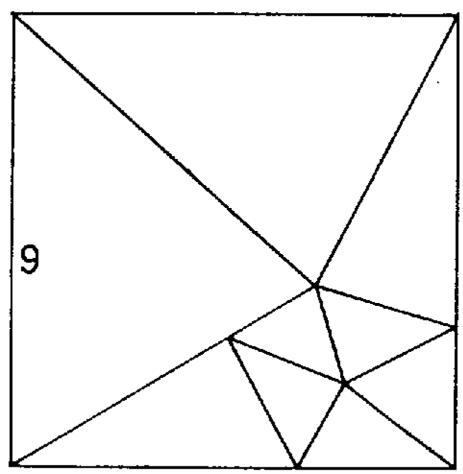
Azóta sok levelet kapott olyan olvasóktól, akiknek nem sikerült 9 hegyesszögű háromszögre bontani a négyzetet, de megmutatták, hogy 10 vagy annál több háromszög esetén lehetséges a megoldás. A 2. ábra 10-re mutat egyet. Megjegyezzük, hogy ebben az ABC tompaszögű háromszög 7 hegyesszögű háromszögre van feldarabolva, továbbá egy ötszög 5 hegyesszögű háromszögre.



Ha ha mármost az ABC tompaszögű háromszöget felosztjuk egy hegyes- és egy tompaszögű háromszögre a BD szakasszal, ahogyan azt a 3. ábra mutatja, akkor alkalmazni tudjuk az előbbi ötszög-eljárást úgy, hogy a BCD háromszöget osztjuk 7 hegyesszögű háromszögre, és így 11 hegyesszögű háromszöget hozunk létre az eredeti négyzetben. Az eljárást ismételve, előállíthatunk 12. 13 14 hegyesszögű háromszöget.



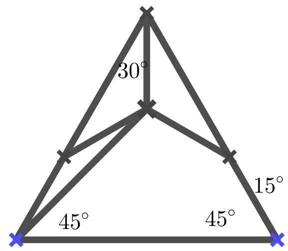
Látszólag 9 hegyesszögű háromszögre a legnehezebb felosztást találni. (4. ábra).

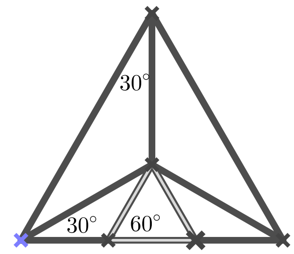


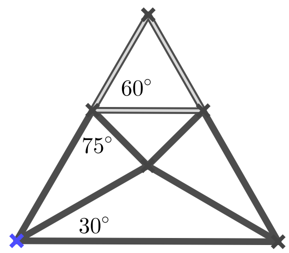
Számos hasonló probléma merült fel más alakzatok (egymást nem fedő) háromszögekkel történő felbontására. Megemlítünk kettőt. Könnyű egy négyzetet felosztani bármilyen $2k$ számú *egyenlő területű* háromszögre. Lehet-e azonban felosztani *páratlan számú* egyenlő területű háromszögre? A meglepő válasz: nem lehet. Tudomásunk szerint az első, aki bizonyította ezt, *Paul Monsky* volt (American Mathematical Monthly 77. kötet 151-164. old. 1970. febr.)

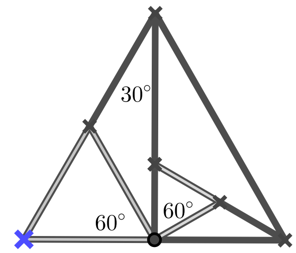
Egy másik érdekes tétel szerint bármely háromszög felosztható n egyenlő szárú háromszögre, feltéve, hogy $n > 3$. Egy *Gali Salvator*-tól származó bizonyítás a *Crux Mathematicorum*-ban 1977-ben jelent meg. Az egyenlő oldalú háromszög esete különösen érdekes. Könnyű felosztani egy egyenlő oldalú háromszöget 4 egybevágó egyenlő szárú háromszögre. (Némely háromszöget nem lehet felosztani 3 vagy 2 egyenlő szárú háromszögre, ezek miatt van szükség a fenti tételben az $n > 3$ feltételre.)

Fel lehet-e osztani egy szabályos háromszöget 5 egyenlő szárú háromszögre? Megmutatjuk, hogy lehet, de nem lesz mind az 5 háromszög szabályos: vagy pontosan 1 vagy pontosan 2 szabályos van közöttük (lásd a borító 4. oldalát). Az nem lehetséges, hogy 2-nél több legyen szabályos.


30°
15°
45°
45°


30°
30°
60°


60°
75°
30°


30°
60°
60°