Tesztfeladatok

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C	C	B	C	C	C	B	A	A	C	C	D	C	A	C

Számolásos feladatok

1. *a*) A két test sebessége (ha az SI mértékegységeket nem írjuk ki) az eldobásuk után 1 másodperccel egy alkalmasan választott koordináta-rendszerben a

$$\boldsymbol{v}_1 = (3; 9{,}81) \qquad \text{és} \qquad \boldsymbol{v}_2 = (-4; 9{,}81)$$

vektorokkal adható meg, a sebességkülönbség nagysága pedig $|\Delta \boldsymbol{v}| = 7$. A sebességvektorok által bezárt szöget a koszinusztétel segítségével számíthatjuk ki:

$$\cos\alpha = \frac{|\boldsymbol{v}_1|^2 + |\boldsymbol{v}_2|^2 - |\Delta \boldsymbol{v}|^2}{2|\boldsymbol{v}_1|\,|\boldsymbol{v}_1|} \approx 0{,}78, \qquad \text{tehát} \qquad \alpha \approx 39^\circ.$$

b) A két test mozgási energiájának aránya:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{|\boldsymbol{v}_1|^2}{|\boldsymbol{v}_2|^2} \approx 0{,}94.$$

c) Ha a

$$(3; 9{,}81 \cdot t) \qquad \text{és} \qquad (-4; 9{,}81 \cdot t)$$

vektorok merőlegesek egymásra, akkor a Pitagorasz-tétel szerint fennáll

$$\left(3^2 + 9{,}81^2 \cdot t^2\right) + \left(4^2 + 9{,}81^2 \cdot t^2\right) = 7^2,$$

ahonnan megkapjuk, hogy eddig a pillanatig az eldobástól számítva $t = 0{,}35$ s idő telt el. Ezalatt a két test $|\Delta \boldsymbol{v}|t \approx 2{,}5$ méterre távolodott el egymástól.

2. *a*) Ha az m tömegű, q töltésű gyöngy a Q töltésű test felett x távolságban egyensúlyban van, fennáll

$$mg = k\frac{qQ}{x^2},$$

ahonnan

$$x = \sqrt{\frac{kqQ}{mg}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-7}}{10^{-4} \cdot 9{,}81}}\ \text{m} \approx 9{,}6\ \text{cm}.$$

b) A megadott távolságban a gyöngyre $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ N elektrosztatikus erő hat függőlegesen felfelé, a nehézségi erő $9{,}8 \cdot 10^{-4}$ N függőlegesen lefelé, így a 10^{-4} kg tömegű gyöngy kezdeti gyorsulása 8,6 m/s^2 függőlegesen lefelé.

3. *a*) A leképezési törvény alapján

$$\frac{1}{t_a} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f},$$

ahol $t_a = 45$ m, f pedig a domború tükör fókusztávolsága ($f < 0$). A nagyítás (amit a látszólagos kép miatt negatív előjelűnek kell tekintsünk):

$$\frac{k}{t_a} = \frac{f}{t_a - f} = -\frac{1}{3},$$

ahonnan $f = -t_a/2 = -22{,}5$ m, a keresett görbületi sugár pedig $r = 2|f| = 45$ m.

b) Amikor

$$\frac{k}{t_b} = \frac{f}{t_b - f} = -\frac{1}{2},$$

a tükörtől mért távolság $t_b = -f = 22{,}5$ m.

4. *a*) A Föld életkora a megadott felezési időnek 6,34-szerese, tehát a kérdezett arány $2^{6{,}34} \approx 81$.

b) A bomló atommag tömegének és a bomlástermékek össztömegének különbsége:

$$\Delta m = m\left({}^{235}_{92}\text{U}\right) - m\left({}^{231}_{90}\text{Th}\right) - m\left({}^{4}_{2}\text{He}\right) = 0{,}005\,017\ \text{u} = 8{,}331 \cdot 10^{-30}\ \text{kg}.$$

Ez a tömegkülönbség (Einstein képlete alapján)

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 7{,}5 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

„energiafelszabadulásnak” felel meg (c a fénysebesség vákuumban), ennyi lesz a bomlástermékek összes mozgási energiája.

c) Mivel Δm a könnyebb bomlástermék (az α-részecske) tömegénél is sokkal kisebb, a reakciótermékek sebessége a fénysebesség mellett elhanyagolható, tehát számolhatunk a klasszikus (newtoni) képletekkel. Az energia- és lendületmegmaradás törvénye szerint

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2, \qquad \text{illetve} \qquad mv = MV,$$

ahol m és v az α-részecske tömege és sebessége, M és V a tóriumatommag adatai. Innen kifejezhető az α-részecske mozgási energiája:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{M}{M+m}\Delta E = \frac{231}{235}\Delta E = 7{,}4 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}.$$

Látható, hogy a bomlás során felszabaduló energiát majdnem teljes egészében a könnyebb bomlástermék, az alfarészecske „viszi el”.