

I. rész

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3 - x$, (3 pont)

b) $2\sqrt{1 - \cos^2 x} = \operatorname{tg} x$. (7 pont)

2. Az ABC derékszögű háromszög befogói $BC = 6$ cm és $AC = 8$ cm. A hozzá hasonló $A'B'C'$ háromszög $A'B'$ átfogója 30 cm. Mekkora az $A'B'C'$ háromszög területe, a C' csúsból induló magassága, súlyvonala és szögfelezője? (12 pont)

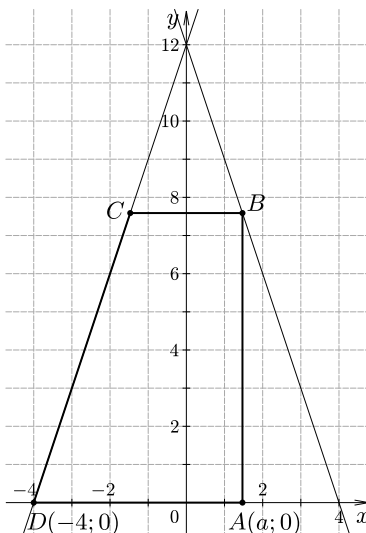
3. Oldjuk meg a valós számok halmazán:

a) $x^2 + 3 \geq 4x$, (3 pont)

b) $\frac{x^2 - 4x + 3}{x} \geq 0$, (3 pont)

c) $x^2 - 4x + \frac{3}{(x-2)^2} = 0$. (9 pont)

4. Az $y = 3x + 12$, az $y = -3x + 12$ egyenesek és az x tengely által határolt háromszögbe az *ábra* szerint az $ABCD$ derékszögű trapézt írjuk. Hogyan válasszuk meg az $A(a; 0)$ pontot, hogy a trapéz területe maximális legyen? Mekkora ez a maximális terület? (14 pont)



II. rész

5. Az $ABCD$ trapéz AB alapja 12 cm, a szárak: $BC = 8$ cm és $DA = 5$ cm. Az ABC szög 30° -os. Mekkora a CD oldal, és a trapéz többi szöge? A CD oldal hosszát cm-ben, a szögeket fokokban, két tizedes jegy pontossággal adjuk meg. (16 pont)

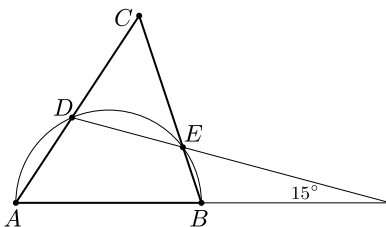
6. A pozitív körüljárású, egyenlő szárú ABC háromszög két csúcsa $A(3; 0)$ és $B(7; 3)$. A C csúcs az y tengelyen van. Határozzuk meg a C csúcs koordinátáit, és a háromszög területét. (16 pont)

7. Az a paraméter mely értékei esetén van pontosan egy megoldása a következő egyenletnek?

$$25^x - (a - 1)5^x + 2a + 3 = 0.$$

(16 pont)

8. Az ABC háromszög AB oldala, mint átmérő köré írt kör az AC és BC oldalakat a D és E pontokban metszi. A DE egyenes felezi az ABC háromszög területét, és az AB egyenessel 15° -os szöget zár be. Mekkora az ABC háromszög szögei? (16 pont)



9. a) Hány olyan négyjegyű szám van, amelyben kétféle számjegy szerepel, és mindegyik kétszer? (3 pont)
- b) Ha az ilyen típusú számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet, akkor mennyi a valószínűsége, hogy 4-gyel osztható számot választunk? (6 pont)
- c) Mely n természetes szám, és x és y számjegyekre lesz

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{xyxy}?$$

(7 pont)