

A verseny időtartama 90 perc. A feladatok pontozása: minden helyes válasz 5 pontot ér; helytelen válasza 0 pont, válasz nélkül hagyott kérdésekre 1-1 pont jár. A versenyen íróeszközön, papíron, körzön és vonalzőn kívül semmilyen más segédeszköz nem használható.

1. Mennyi a $2016^0 + 2016 + 2016^2 + 2016^3 + \dots + 2016^{2016}$ összeg 5-tel való osztási maradéka? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

2. Mennyi a $2b - 6$; $2b - 5$; $3b + 5$ és a $7b - 1$ kifejezések összege, ha a szorzatuk 0, és b egész szám? (A) 15; (B) 20; (C) 25; (D) 30; (E) 35.

3. Az A , B , C és D pontok egy egyenesre illeszkedő különböző pontok. A C pont illeszkedik az AB szakaszra és $CA : CB = DA : DB = 2 : 5$. Melyik a pontok sorrendje az egyenesen? (A) $ACBD$; (B) $BCDA$; (C) $BACD$; (D) $DACB$; (E) $DBAC$.

4. Mennyi az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \{x\} + \{2015x\} + \{2016x\}$ függvény periódusának hossza, ahol $\{b\}$ a b valós szám törtrészét jelöli? (A) 1; (B) 2015; (C) 2016; (D) 4031; (E) 4032.

5. Az összes lehetséges módon kiolvassuk az ábráról a BAJA és a SUGOVICA szavakat úgy, hogy mindkét szó kiolvasása során a következő betűhöz egyet jobbra vagy egyet le lépünk. Mennyi a két szó kiolvasásai számának az összege? (A) 33; (B) 34; (C) 35; (D) 40; (E) 43.

B A J A	S U G O V
A J A	U G O V I
J A	G O V I C
A	O V I C A

6. Mennyi a $(\sqrt{10 - 2\sqrt{21}} - \sqrt{10 + 2\sqrt{21}} + 2\sqrt{3})^{2016}$ hatvány? (A) -1 ; (B) 0; (C) 1; (D) 2; (E) Az előzőek közül egyik sem.

7. Mennyi az abc szorzat, ha az abc háromjegyű számnak a \overline{bc} kétjegyű szám a 4%-a? (A) 13; (B) 14; (C) 15; (D) 22; (E) 60.

8. Az ABC háromszög esetén M és N olyan pontok, melyekre $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ teljesül. Mennyi a k értéke, ha $\overrightarrow{NB} = k \cdot \overrightarrow{NC}$, és az A , M , és N pontok egy egyenesre illeszkednek? (A) $-\frac{2}{3}$; (B) $-\frac{1}{2}$; (C) $-\frac{1}{3}$; (D) 0; (E) $\frac{1}{2}$.

9. Mennyi az $x + y$ összeg, ha teljesül az $x^2 - x + 1 = \frac{3}{y^2 - 2y + 5}$ egyenlet? (A) $\frac{3}{4}$; (B) 1; (C) $\frac{3}{2}$; (D) $\frac{5}{4}$; (E) 2.

10. Meghatároztuk az összes olyan $(a; b; c; d)$ számnegyest, amelyre $\overline{abc} + \overline{bcd} + \overline{cda} + \overline{dab}$ összeg a lehető legnagyobb, és az összegnek a lehető legkevesebb osztója van. Hány különböző számnegyest kaptunk, ha a , b , c és d különböző számjegyek? (A) 4; (B) 12; (C) 24; (D) 48; (E) 72.

11. Nyolc korong mindegyikének az egyik oldala fehér, a másik fekete színű. Ezeket az asztalra helyezzük $\circ \bullet \circ \bullet \circ \bullet \bullet \bullet$ elrendezésben. Ezután kiválasztunk két egymás melletti korongot, és mindkettőt megfordítjuk. Ezt követően két egymás melletti korong kiválasztását, és a kiválasztott korongok megfordítását még néhányszor megismételjük. Melyik elrendezést nem kaphatjuk így meg? (A) $\circ \bullet \circ \bullet \circ \bullet \bullet \bullet$; (B) $\bullet \circ \bullet \bullet \bullet \circ \bullet \bullet$; (C) $\bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet$; (D) $\circ \circ \circ \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet$; (E) $\bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet$.

12. Ebben az évben az évszám háromszögszám. Hány év múlva lesz legközelebb az évszám háromszögszám? (A) 63; (B) 64; (C) 65; (D) 66; (E) 126.

13. Az $ABCD$ derékszögű trapéz két alapjára $AB = 2 \cdot CD$ teljesül. A BC szár két harmadoló pontja E és F úgy, hogy $BE = EF = FC$. Mennyi az AEF háromszög és az $ABCD$ trapéz területének az aránya? (A) $\frac{2}{10}$; (B) $\frac{3}{10}$; (C) $\frac{5}{12}$; (D) $\frac{2}{9}$; (E) $\frac{3}{9}$.

14. Hány megoldása van a $2^{\sin^2 x} = \cos x$ egyenletnek az egész számok halmazán? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) végtelen sok.

15. Melyik számmal nem osztható a $2^{4n+3} \cdot 3^{2n+1} + 12^{2n+1} - 13 \cdot 4^{2n} \cdot 3^{2n}$ művelet sor eredménye bármely $n \in \mathbb{Z}^+$ esetén? (A) 9; (B) 12; (C) 17; (D) 23; (E) 144.

16. Egy öt fordulóból álló tereplovasverseny mindegyik fordulójában ugyanaz az 50 ló versenyzett. Villám mindegyik fordulóban a 10. helyen végzett. A végső sorrendet a futamokon elért időeredmények összegének növekvő sorrendje adta meg. Hányadik helyen nem végezhetett Villám? (A) 1.; (B) 9.; (C) 28.; (D) 35.; (E) 47.

17. Egy 15×15 -ös négyzetrács minden négyzetébe a $+1$ -et vagy -1 -et írjuk tetszőleges sorrendben. Minden oszlop alá és minden sor végére odaírjuk az adott oszlopban, illetve sorban szereplő számok szorzatát. Az így kapott 30 számot összeadjuk. Hányféle olyan kitöltése van a négyzetrácsnak, amelynél az eredmény 0? (A) 0; (B) 1; (C) 24; (D) 36; (E) 120.

18. Hány olyan kétjegyű \overline{ab} alakú szám van, melyhez létezik olyan n természetes szám, hogy $\overline{ab} = 2^n \cdot a + 3^n \cdot b$? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

19. Melyik kifejezés adja meg a $\log_{81} 315$ értékét, ha $\log_{105} 5 = a$ és $\log_{105} 7 = b$?

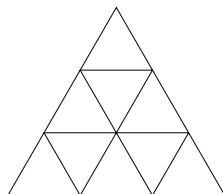
- (A) $\frac{2-a-b}{4(1-a-b)}$; (B) $\frac{a-b}{2(1-a-b)}$; (C) $\frac{a+b}{2(1-a-b)}$; (D) $\frac{2a-b}{1+a-b}$; (E) $\frac{2a+2b}{2+a-b}$.

20. Hány olyan abc alakú háromjegyű szám van, amely számjegyeire igaz, hogy $\frac{72}{a^3+b^3+c^3}$ pozitív egész szám?

- (A) 7; (B) 17; (C) 18; (D) 19; (E) 20.

21. Az ábrán látható kilenc kis szabályos háromszöget piros vagy kék színnel színezzük ki úgy, hogy minden piros háromszögnek páros számú oldala illeszkedik kék háromszög oldalára, és minden kék háromszögnek páratlan számú oldala illeszkedik másik kék háromszög oldalára. Hányféleképpen színezzük ki az ábra? (A forgatással egymásba vihető színezéseket nem tekintjük különbözőeknek.)

- (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.



22. Hány olyan P pont van az $ABCD$ paralelogramma síkjában, melyre a paralelogramma területének a mérőszáma: $T_{ABCD} = PA \cdot PB + PC \cdot PD$, ha a pontok száma a lehető legnagyobb? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 4; (E) végtelen sok.

23. Hány olyan p prímszám van, melyre a $p^2 + 11$ összegnek 6 pozitív osztója van? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

24. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a háromjegyű pozitív egész számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztva annak van páros és páratlan számjegye is?

- (A) $\frac{2}{3}$; (B) $\frac{11}{16}$; (C) $\frac{12}{17}$; (D) $\frac{3}{4}$; (E) $\frac{4}{5}$

25. Zsuzsanna meghatározta a valós számok halmazán értelmezett valós értékű $f(x) = \frac{6\sqrt{3}+3}{3^{x-1}+3^{2-x}+1}$ függvény maximumhelyének és maximum értékének a szorzatát. Melyik számot kapta? (A) $\frac{3}{4}$; (B) $\frac{3}{2}$; (C) 4; (D) $\frac{9}{2}$; (E) 5.

26. Egy dobozban 10 piros, 6 fehér és 8 zöld golyó van. Legkevesebb hány golyót kell közülük átfestenuünk egy másik színre a piros, fehér és zöld színek közül, hogy az alábbi állítások közül pontosan 1 legyen hamis?

Ha kiveszünk 14 golyót, lehet, hogy fehér és zöld is van közöttük.

Ha kiveszünk 20 golyót, lehet, hogy nincs közöttük fehér.

Ha kiveszünk 14 golyót, biztos van közöttük zöld.

- (A) -1; (B) 2; (C) 5; (D) 8; (E) 16.

27. Adott két párhuzamos egyenes és közöttük egy olyan P pont, amelyik az egyik egyenestől p , a másik egyenestől q távolságra van. Mennyi a területe annak a derékszögű háromszögnek, amelynek a derékszögnél lévő csúcsa P , a másik két csúcsa a két adott egyenesen van, és a lehető legkisebb a területe?

- (A) $\frac{p^2 \cdot q^2}{p+q}$; (B) $\frac{p^2+q^2}{2}$; (C) $p \cdot q$; (D) $2 \cdot p \cdot q$; (E) p^2+q^2 .

28. A kecskék itatójába egy csövön át állandó sebességgel folyik be a víz. Az egyik alkalommal a tele itatót 103 kecske 1 nap alatt itta ki. Egy másik alkalommal a szintén tele itatót 21 kecske 5 nap alatt itta ki. Hány nap alatt issza ki a tele itatót 1 kecske, ha feltételezzük, hogy minden kecske azonos teljesítménnyel iszik?

- (A) 105; (B) 125; (C) 205; (D) 225; (E) 250.

29. Legyen $f: \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}$ olyan függvény, amelyre teljesül, hogy $f(x+1) = f(x) + 2x$ és $f(1849) = 1848 \cdot 1849$. Mennyi az $f(2016)$ függvényérték?

- (A) 2015; (B) 2016; (C) 2017; (D) 2015 · 2016; (E) 2016 · 2017.

30. Az ABC háromszögben $AB = AC$ és $\angle BAC = 20^\circ$. Legyen E az AB , és F az AC oldal azon pontja, amelyekre $\angle BCE = 50^\circ$ és $\angle CBF = 60^\circ$. Hány fok a BC és EF egyenesek által bezárt szög? (A) 25; (B) 30; (C) 40; (D) 45; (E) 50.

A középiskolás tanárverseny eredménye

1. Koncz Levente (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.)	146 pont
2. Károlyi Gergely (Budapest, Berzsenyi Dániel Gimn.)	145 pont
3. Erdős Gábor (Nagykanizsa, Batthyány Lajos Gimn.)	140 pont

4. Tassy Gergely (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.)	137 pont
5. Fridrik Richárd (Szegedi Tudományegyetem)	136 pont
6. Erben Péter (Budapest, Berzsényi Dániel Gimn.)	135 pont
7. Magyar Zsolt (Budapest, Szent István Gimn.)	131 pont
8. Kiss Géza (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.)	130 pont
9. Fonyó Lajos (Keszthelyi Vajda János Gimn.)	128 pont
10. Barczy Péter (Szombathelyi Nagy Lajos Gimn.)	125 pont.

Az általános iskolás tanárverseny¹ eredménye

1. Paróczay Eszter (Fóti Ökumenikus Ált. Isk.)	136 pont
2. Tóth Gabriella (Palics, Miroslov Antic Ált. Isk.)	111 pont
3. Csordás Mihály (Kecskemét, Kodály Zoltán Ének-Zenei Ált. Isk.)	110 pont
4. „PONTBAN DÉLBEN” jelige	109 pont
5. Egyed László (Bajai III. Béla Gimn.)	107 pont
6. Stallenberger Józsefné (Nagymányoki II. Rákóczi Ferenc Ált. Isk.)	93 pont.

¹Az általános iskolás tanárverseny feladatait nem közöljük.