

A Studium Generale diákszervezet 1970 óta működik a Budapesti Corvinus Egyetem hivatalos érettségi előkészítőjeként, ingyenes oktatásban részesítve matematika, történelem és közgazdaságtan tantárgyakból 11. és 12. osztályos tanulókat. Kurzusainkra évente több mint 2500 diák jelentkezik, akik közül hétről hétre 1000 diákot tudunk fogadni szombati szemináriumi óráinkon. A hétvégi tanórák mellett e-learning formában zajló felkészítésre is lehetőséget biztosítunk, ami még inkább szélesíti az általunk elérhető diákok körét, közel 1500 vidéki tanulót oktatva. Az alábbi próbaérettségit is a Studium Generale Matek Szekciója állította össze azért, hogy akár már most belevághassatok az érettségi felkészülésbe. Sosem lehet elég korán elkezdni, de bekapcsolódni sem késő még. Jelentkezni a <http://www.studiumgenerale.hu/> oldalon tudtok, egészen 2016. szeptember 27-ig. Ne maradjatok le!

I. rész

1. Pisti, a focicsapat csapatkapitánya kíváncsi volt, hogy milyen erős a csapat, így készített egy statisztikát. Segítsünk Pistinek a statisztikai értékek kiszámításában.

a) A csapattagok átlagosan egyenként egy meccsen 4 km hosszúságú utat futnak. Az út egyik felét 17 km/h-val, míg az út másik felét 14 km/h-val futják. Mennyi a fiúk átlagsebessége? (6 pont)

b) A kezdőcsapat összeállításánál nagyon fontos a megfelelő magasság is. Pisti 183, Béla 201, Peti 200, Marci 191 cm magas. Andris és Bálint magassága azonban elveszett. Szerencsére Pisti már kiszámolta a kezdőcsapat magasságának a következő átlagait (két tizedesjegyre kerekítve): négyzetes átlag: 188,16 cm, számtani átlag: 187,83 cm. Segítsünk kiszámítani Andris és Bálint magasságát, ha tudjuk, hogy Bálint az alacsonyabb kettejük közül. A választ egész számra kerekítve adjuk meg. (6 pont)

2. Néhányan dartsznak. Adélnak, a „Sniper”-nek $\frac{45}{8}$ -szor annyi pontja van, mint az 5. helyen álló Eleknek, illetve $\frac{5}{3}$ -szor annyi pontja van, mint a 2. helyen álló Bélának. A 2–5. helyen álló emberek pontszámai egy mértani sorozatot alkotnak, továbbá pontszámok összege 390. Harmadik helyen Csaba toporzékol, míg a 4. Dani. A bajnokság során csak egész pontszámuk lehet a versenyzőknek.

a) Hány pontja van a játékosoknak külön-külön? (9 pont)

b) Tegyük fel, hogy a játék hátralévő részében még 5-ször találják el a legértékesebb mezőt, a tripla 20-at, mely 60 pontot ér. Mekkora a valószínűsége, hogy a jelenleg 40 ponttal 6. helyen álló Feri csak ezekből a dobásokból meg tudja dönteni az eredeti 279 pontos rekordot, ha feltehetjük, hogy a tripla 20-ak az első hat helyen lévő emberek között születnek, akik ugyanakkora valószínűséggel dobhatnak tripla 20-at, és egy ember akár többet is dobhat? (4 pont)

3. Dávid úgy dönt, hogy szeretne 13 SG-s lány között 7 db ajándékot kisorsolni. Az ajándékok különböző értékűek. Az ajándékok közül 5 be van csomagolva, 2 pedig nincs.

a) Hányféleképpen oszthatja szét Dávid az ajándékait, ha tudjuk, hogy egy lány többet is kaphat, és már kettő becsomagolt ajándék előre ki lett sorsolva, továbbá Fanni csak a nem becsomagolt ajándékok közül kaphat? (7 pont)

b) Dávid észrevette, hogy a megvásárolt ajándékok egy része selejtes, egy része pedig kopott. A bolt statisztikája szerint a raktárukon lévő 80 termék közül 13 darab volt selejtes, 7 darab kopott és a többi sértetlen. Mennyi a valószínűsége annak, hogy Dávid 2 darab selejtes és 3 darab kopott ajándékot hozott el az SG-s lányoknak (a maradék 2 ajándék sértetlen)? (6 pont)

4. a) Határozzuk meg az $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ halmazokat, ha az A halmaz a $\log_{(x^2-1)} \left(\frac{-6}{x^2-9} \right)$ függvény értelmezési tartománya, a B halmaz pedig a

$$\sqrt{-2x^2 + 2x + 60}$$

kifejezés értelmezési tartománya.

(9 pont)

b) Az SG-s e-learning kurzuson 3 tantárgyból lehet választani. Matekot összesen 26, Törít 21, Közgázt 19 diák tanul. Tudjuk továbbá, hogy a Közgázt és Törít is tanulók kétszer annyian vannak, mint a Matekot és Közgázt is, illetve azt, hogy a Törít és Közgázt tanulók 4-gyel többen vannak, mint a Matekot és Törít is tanulók. 15 diák tanul egynél több tárgyat. Összesen 48 diák tanul az e-learningen. Hány diák tanul Matekot és Közgázt is? (4 pont)

II. rész

5. Adott egy kör, melynek középpontja $O(8; 5)$, sugara 4 egység. Adott továbbá a $h: y = -x + 9$ egyenes és a $P(0; 1)$ pont.

a) Adjuk meg azon egyenesek metszéspontjait a körrel, amik áthaladnak a P ponton, valamint a h egyenes és a kör egyik metszéspontján. (10 pont)

b) Adjuk meg az új egyenesek körhöz viszonyított helyzetét/helyzeteit. (2 pont)

c) Adjuk meg a h és a $g: y = 5$ egyenesek hajlásszögét. (4 pont)

6. a) Összeszorozzuk az első 100 pozitív egész számot. Hány 0 áll az így képzett szám végén? (10 pont)
b) Határozzuk meg azt a négyjegyű számot, amely eleget tesz a következő állításnak: $\overline{abcd} + \overline{abc} - \overline{ab} + a = 2925$.
(6 pont)

7. a) Egy trapéz, melynek alapjai 2 és 8 cm, szárjai pedig 3 és 4 cm hosszúak, a rövidebbik alapjánál fogva megforgatunk.

- b) Mekkora az így keletkezett forgástest felszíne és térfogata? (10 pont)
c) Mekkora a térfogata annak a legkisebb gömbnek, amibe beleférne ez a test? (6 pont)

8. a) Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} 9^x \cdot 343^y &= 49^x \cdot 27^y, \\ \cos\left(2x + \frac{9}{2}y\right) + \cos\left(\frac{11}{3}x + 2y\right) &= -\sqrt{3}. \end{aligned} \quad (16 \text{ pont})$$

9. a) Egy derékszögű háromszög oldalai egy számtani sorozat egymást követő elemei. A háromszög kerülete 36 cm. Milyen hosszúak a háromszög oldalai? (5 pont)

- b) Hány megoldása van az $|x^2 - 4x - 5| = p$ egyenletnek a p paraméter függvényében? (11 pont)