

## Elméleti feladatok

### 1. feladat. Két mechanikai probléma

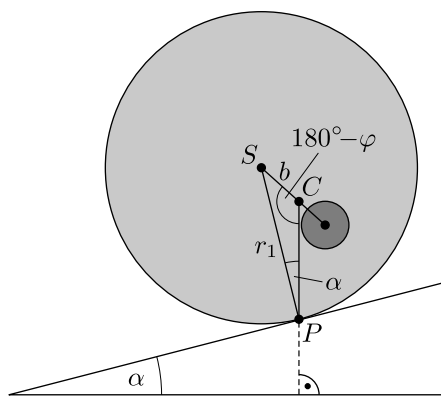
#### A rész. Elrejtett korong

**A.1.** Egyensúlyban a testre ható erők és forgatónyomatékok eredője nulla. Az utóbbi feltétel a lejtővel való  $P$  érintkezési pontra nézve úgy teljesíthető, ha a rendszer  $C$  tömegközéppontja éppen a  $P$  pont felett helyezkedik el (1. ábra). Alkalmazzuk a  $PCS$  háromszögre a szinusztételt:

$$\frac{\sin(180^\circ - \varphi)}{\sin \alpha} = \frac{r_1}{b},$$

ebből

$$b = \frac{r_1 \sin \alpha}{\sin \varphi}.$$



1. ábra

**A.2.** A korong  $\varphi$  szögkitérésekor a nehézségi erő forgatónyomatéka  $Mgb \sin \varphi$ , iránya pedig olyan, hogy a kitérést csökkenteni igyekszik. A forgómozgás egyenlete tehát a következő alakot ölti:

$$\Theta_S \ddot{\varphi} = -Mgb \sin \varphi.$$

Kis szögekre  $\sin \varphi \approx \varphi$ , így egy harmonikus rezgőmozgás (fizikai inga) mozgásegyenletét kapjuk:

$$\ddot{\varphi} = -\omega^2 \varphi, \quad \text{ahol} \quad \omega = \sqrt{\frac{Mgb}{\Theta_S}}.$$

A rezgés periódusideje a körfrekvenciával  $T = 2\pi/\omega$  kapcsolatban áll, így a tehetetlenségi nyomaték kifejezhető:

$$\Theta_S = \frac{T^2}{4\pi^2} Mgb.$$

**A.3.** Gondolkozhatunk úgy, hogy egy  $\varrho_1$  sűrűségű,  $r_1$  sugarú tömör (tehát lyuk nélküli) korong és egy  $\varrho_2 - \varrho_1$  sűrűségű,  $r_2$  sugarú korong közös tömegközéppontjának helyét kell meghatároznunk. A távolságokat a nagyobb korong  $S$  középpontjától mérve a tömegközéppont helyét megadó egyenlet:

$$b = \frac{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2\pi h_2}{M} d, \quad \text{amiből} \quad d = \frac{Mb}{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2\pi h_2}.$$

**A.4.** Egy  $m$  tömegű,  $r$  sugarú korong tehetetlenségi nyomatéka  $\frac{1}{2}mR^2$ . Ennek és a Steiner-tételnek a felhasználásával írhatjuk, hogy

$$\Theta_S = \underbrace{\frac{1}{2}\varrho_1 r_1^4 \pi h_1}_{\text{nagy korong}} + \underbrace{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2 \pi h_2 \left( \frac{r_2^2}{2} + d^2 \right)}_{\text{kis korong a Steiner-tétellel}}.$$

A  $d$ -re az előző részfeladatban kapott eredményt felhasználva:

$$\Theta_S = \frac{1}{2}\varrho_1 r_1^4 \pi h_1 + \frac{1}{2}(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^4 \pi h_2 + \frac{M^2 b^2}{(\varrho_2 - \varrho_1)r_2^2 \pi h_2}.$$

<sup>1</sup> Az elméleti feladatok szövegét a múlt havi számunkban közzeltük. A kísérleti feladatokat a következő havi számunkban közzeljük.

**A.5.** Írjuk fel a teljes rendszer tömegét:

$$M = \varrho_1 r_1^2 \pi h_1 + (\varrho_2 - \varrho_1) r_2^2 \pi h_2.$$

Ebből kifejezhetjük a  $(\varrho_2 - \varrho_1) r_2^2 \pi h_2$  tagot, és beírhatjuk az **A.4.** részfeladat végeredményébe. A  $\Theta_S$ -re korábban kapott formulát is felhasználva:

$$\frac{T^2}{4\pi^2} M g b = \frac{1}{2} \varrho_1 r_1^4 \pi h_1 + \frac{1}{2} (M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1) r_2^2 + \frac{M^2 b^2}{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1}.$$

Ebből kifejezhető  $r_2$ :

$$r_2 = \sqrt{\frac{2}{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1} \left( \frac{T^2}{4\pi^2} M g b - \frac{M^2 b^2}{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1} - \frac{1}{2} \varrho_1 r_1^4 \pi h_1 \right)}.$$

Ennek ismeretében az össztömegből  $h_2$  megkapható:

$$h_2 = \frac{M - \varrho_1 r_1^2 \pi h_1}{(\varrho_2 - \varrho_1) r_2^2 \pi}.$$

## B rész. Forgó úrállomás

**B.1.** A forgó úrhajó padlóján álló,  $m$  tömegű testre az  $mR\omega_0^2$  centrifugális erő hat. Ez akkor egyezik meg a test  $mg_F$  földi súlyával, ha az úrállomás szögsebessége  $\omega_0 = \sqrt{g_F/R}$ .

**B.2.** Egy rugón rezgő test körfrekvenciája  $\omega_F = \sqrt{k/m}$ .

**B.3.** Az úrhajón a mesterséges gravitáció egyenesen arányos a forgástengelytől mért távolsággal:  $g(r) = r\omega_0^2$ . A rugóra akasztott testet az egyensúlyi helyzetéből sugárirányban kifelé  $x$  távolsággal kitérítve, arra nemcsak a rugóerő növekménye, hanem az effektív gravitációs tér megváltozásából származó erő is hat:

$$-kx + m\omega_0^2 x = m\ddot{x},$$

ami éppen olyan, mint egy  $k^* = k - m\omega_0^2$  effektív direkción erejű rugón rezgő test mozgásegyenlete, a rezgés körfrekvenciája tehát  $\omega = \sqrt{k/m - \omega_0^2}$ .

**B.4.** Az  $M_F$  tömegű,  $R_F$  sugarú Föld felszíne felett  $h$  magasságban a gravitációs gyorsulás:

$$g_F(h) = \gamma \frac{M_F}{(R_F + h)^2} = \gamma \frac{M_F}{R_F^2} \left(1 + \frac{h}{R_F}\right)^{-2} = g_F(0) \left(1 + \frac{h}{R_F}\right)^{-2}.$$

Mivel  $h/R_F \ll 1$ , alkalmazhatjuk a kis  $\varepsilon$  mennyiségekre érvényes  $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$  lineáris közelítést:

$$g_F(h) \approx g_F(0) \left(1 - \frac{2h}{R_F}\right).$$

A földi gravitációs mezőben tehát az egyensúlyi helyzetéből  $x$  távolságra kitérített test mozgásegyenlete

$$-kx + mg_F \frac{2x}{R_F} = m\ddot{x},$$

amiből a rezgés körfrekvenciája

$$\widetilde{\omega}_F = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{2g_F}{R_F}}.$$

**B.5.** Az előző két részfeladat eredményéből látszik, hogy  $\omega$  és  $\widetilde{\omega}_F$  akkor egyezik meg, ha  $\omega_0^2 = 2g_F/R_F$ . A **B.1.** kérdés eredményét felhasználva ez azt jelenti, hogy az úrállomás sugarának hossza éppen a fűldisugár fele:  $R = R_F/2$ .

**B.6.** A feladat megoldható inerciarendszerben is, ehelyett mi most a rövidebb, forgó koordináta-rendszerbeli leírást választjuk. A  $H \ll R$  magasságból elengedett test „függőlegesen lefelé” (azaz sugárirányban kifelé) mutató sebessége  $t$  idejű esés után jó közelítéssel  $v_y = R\omega_0^2 t$ . Az emiatt „vízszintes” (érintő-) irányban ható Coriolis-erő nagysága tehát  $F_C = 2mv_y\omega_0 = 2mR\omega_0^3 t$ , a gyorsulás pedig  $F_C/m$ . A  $v_x$  vízszintes sebességkomponenst az idő függvényében ennek a gyorsulásnak az integrálásával lehet meghatározni:

$$v_x(t) = \int_0^t 2R\omega_0^3 t' dt' = R\omega_0^3 t^2.$$

Behelyettesítve az esés  $T = \sqrt{2H/(R\omega_0^2)}$  idejét, megkapjuk a vízszintes sebességkomponenst a becsapódáskor:

$$v_x = 2H\omega_0.$$

A vízszintes elmozdulást a  $v_x(t)$  függvény integrálja adja meg:

$$d_x(t) = \int_0^t v_x(t') dt' = \frac{1}{3} R \omega_0^3 t^3.$$

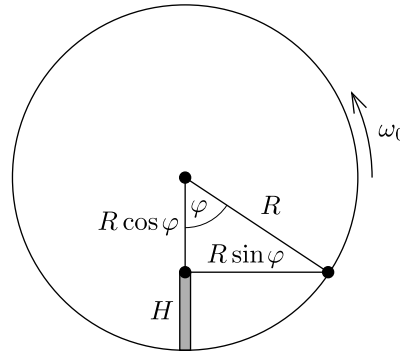
A  $t = T$  helyettesítéssel kapjuk meg a teljes vízszintes elmozdulást:

$$d_x = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8H^3}{R}}.$$

**B.7.** A mozgást inerciarendszerből a legegyszerűbb leírni. A  $H = R(1 - \cos \varphi)$  magasságú toronyból a test  $\omega_0 R \cos \varphi$  kezdősebességgel érintőirányban indul (2. ábra), és egyenes vonalú egyenletes mozgással halad egészen az űrállomás padlójáig. A mozgás ideje:

$$t = \frac{R \sin \varphi}{\omega_0 R \cos \varphi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\omega_0}.$$

A test akkor érkezik éppen a torony aljához, ha ezalatt az idő alatt az űrállomás éppen  $\varphi$  szöggel fordul el, azaz  $t = \varphi / \omega_0$ . Az időre kapott két egyenlet összevetéséből a  $\varphi = \operatorname{tg} \varphi$  egyenletet kapjuk. Ennek végtelen sok megoldása van: az első a triviális  $\varphi = 0$ , a többi pedig csak numerikusan határozható meg. A következő gyök  $3\pi/2$  körüli érték, ami a nem releváns  $H > R$  eredményre vezet. Az  $5\pi/2$  környékén lévő harmadik gyök az, amit keresünk. Zsebszámológéppel a pontosabb  $\varphi \approx 7,725$  radián értéket kaphatjuk. Ennek a szögnek a felhasználásával meghatározhatjuk a torony magasságát:  $H \approx 0,871 R$ .



2. ábra

**B.8.** Mivel az  $y$  irányú Coriolis-erőt elhanyagolhatjuk, ebben az irányban a test harmonikus rezgőmozgást végez  $d$  amplitúdóval. A kezdeti feltételeket is figyelembe véve:  $y(t) = -d \cos \omega t$ . Az  $y$  irányú sebességre ennek deriválásával  $v_y(t) = d\omega \sin \omega t$  értéket kapunk, amellyel az  $x$  irányú Coriolis-erő (az űrállomás szögsebességvektorát a papír síkjába befelé mutatónak választva):

$$F_x(t) = -2m v_y(t) \omega_0 = -2m \omega_0 d \omega \sin \omega t.$$

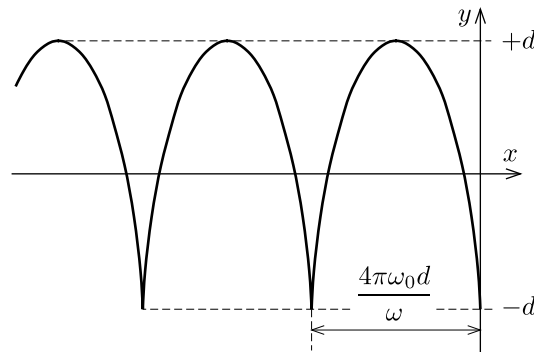
A test gyorsulása  $x$  irányban tehát éppen olyan, mint egy harmonikus oszcillátoré. Az  $x$  irányú elmozdulást a gyorsulás kétszeri integrálásával kapjuk:

$$x(t) = \frac{2\omega_0 d}{\omega} \sin \omega t + c_1 t + c_2,$$

ahol  $c_1$  és  $c_2$  integrálási állandók. A  $t = 0$  időpillanatban a test  $x$  irányú sebessége és  $x$  koordinátája is nulla, ebből  $c_1 = -2\omega_0 d$  és  $c_2 = 0$  adódik, tehát:

$$x(t) = \frac{2\omega_0 d}{\omega} (\sin \omega t - \omega t).$$

A pálya vázlatos rajza a 3. ábrán látható.



3. ábra

## 2. feladat. Nemlineáris dinamika elektromos áramkörökben

### A rész. Stacionárius állapotok és instabilitások

A.1. A kért adatok a grafikonról leolvashatók:

$$\begin{aligned} R_{be} &= 1,00 \, \Omega, \\ R_{ki} &= 10,0 \, \Omega, \\ I_0 &= 6,00 \, \text{A}, \\ R_k &= 2,00 \, \Omega. \end{aligned}$$

A.2. Az áramkörre felírva a huroktörvényt:

$$\mathcal{E} = IR + U, \quad \text{amiből} \quad I = \frac{\mathcal{E} - U}{R}.$$

Az áramkör stacionárius állapotait ennek az egyenesnek és az áramkör  $I-U$  karakterisztikájának metszéspontjai adják meg.

$R = 3,00 \, \Omega$  esetében mindig 1 metszéspont van,

$R = 1,00 \, \Omega$  esetében pedig  $\mathcal{E}$  értékétől függően 1, 2 vagy 3 metszéspont lehetséges.

A.3. A stacionárius megoldás a középső ágra esik, így használhatjuk az arra vonatkozó összefüggést:

$$\begin{aligned} I_{st} &= \frac{\mathcal{E} - R_k I_0}{R - R_k} = 3,00 \, \text{A}, \\ U_{st} &= R_k (I_0 - I_{st}) = 6,00 \, \text{V}. \end{aligned}$$

A.4. A huroktörvény alapján:

$$\mathcal{E} = RI + U_X + L \frac{dI}{dt} = RI + R_k (I_0 - I) + L \frac{dI}{dt},$$

amiből

$$L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E} - R_k I_0 - (R - R_k) I.$$

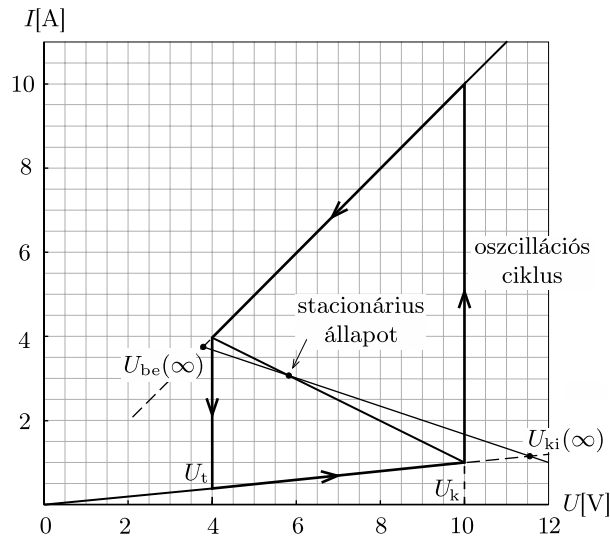
Eszerint,

ha  $I > I_{st}$ , akkor  $dI/dt < 0$ , azaz az áramerősség csökken,

ha  $I < I_{st}$ , akkor  $dI/dt > 0$ , azaz az áramerősség nő, tehát a stacionárius állapot stabil.

### B rész. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a fizikában: rádióadó

B.1. Az oszcilláció a 4. ábrán látható.



4. ábra

A versenyzőktől a következő magyarázatokat várták el (a maximális pontszámhoz ezek közül legalább hármat):

1. A feszültség az ugrás közben állandó, mert a kondenzátor feszültsége nem változhat pillanatszerűen.
2. A közbülső ág nem lehet része az oszcillációs ciklusnak, mert az ottani állapotok stabilak.

3. Azért történnek ugrások az  $I-U$  karakterisztika töréspontjainál, mert ezekben a pontokban nincs más lehetősége a rendszernek.
4. A rendszer a bekapcsolt ágon balra mozog, mert így közelít a stacionárius állapothoz (amely azonban nem része az  $I-U$  grafikonnak).
5. A rendszer a kikapcsolt ágon jobbra mozog, mert így közelít a stacionárius állapothoz (amely azonban nem része az  $I-U$  grafikonnak).

**B.2.** Mivel a nemlineáris áramköri elem a bekapcsolt ág és a kikapcsolt ág között ugrál, a feszültsége ilyen alakban írható fel:  $U_X = R_{be/ki} I_X$ . Az áramkör mindkét ágon soros  $RC$ -körként viselkedik  $C$  kapacitással és

$$\frac{R_{be/ki} R}{R_{be/ki} + R}$$

ellenállással (hiszen az  $R$  ellenállás és az  $X$  elem párhuzamosan vannak kötve). Az áramkör időtényezője:

$$\tau_{be/ki} = \frac{R_{be/ki} R}{R_{be/ki} + R} C.$$

Ha a be- vagy a kikapcsolt ágat a töréspontokon túl is meghosszabbítanánk, akkor az áramkör hosszú idő után a stacionárius állapotba érkezne, és a feszültsége

$$U_{be/ki}(\infty) = \frac{R_{be/ki}}{R_{be/ki} + R} \mathcal{E}$$

lenne.

A nemlineáris elemen eső feszültség az állandósult állapot  $U_{be/ki}(\infty)$  feszültségének és az exponenciálisan lecsengő feszültségtagnak az összege:

$$U_X(t) = U_{be/ki}(\infty) + [U_{be/ki}(0) - U_{be/ki}(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau_{be/ki}}}.$$

A rendszer által a bekapcsolt ágon töltött idő (egy ciklusban):

$$t_{be} = \tau_{be} \ln \frac{U_k - U_{be}(\infty)}{U_t - U_{be}(\infty)} = 2,41 \cdot 10^{-6} \text{ s},$$

a kikapcsolt ágon töltött idő pedig

$$t_{ki} = \tau_{ki} \ln \frac{U_{ki}(\infty) - U_t}{U_{ki}(\infty) - U_k} = 3,67 \cdot 10^{-6} \text{ s}.$$

Az oszcilláció teljes periódusideje tehát:  $T = t_{be} + t_{ki} = 6,08 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ .

**B.3.** Hanyagoljuk el a kikapcsolt ágon felhasznált energiát! A bekapcsolt ágon felhasznált energiát közelítsük a következőképp:

$$E \approx \frac{1}{R_{be}} \left( \frac{U_t + U_k}{2} \right)^2 t_{be} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

A teljesítmény ebből (közelítőleg):

$$P = \frac{E}{T} \approx 20 \text{ W}.$$

**B.4.** A rádiójel hullámhossza:  $\lambda = cT = 1,82 \cdot 10^3 \text{ m}$ . Az antenna optimális hossza  $\lambda/4$  (vagy  $3\lambda/4$ ,  $5\lambda/4$ , stb.) A feltételeknek megfelelő egyetlen lehetséges választás:  $s = \lambda/4 = 456 \text{ m}$ .

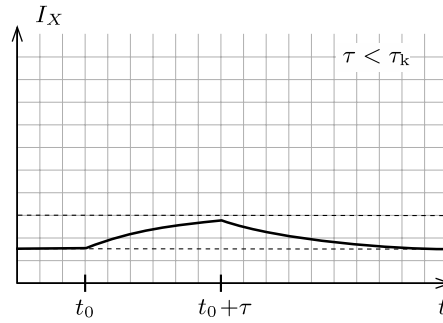
**C rész. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a biológiában: neurisztor**

**C.1.** Ha a telep feszültsége  $\mathcal{E}' = 12,0 \text{ V}$ , az állandósult állapot a kikapcsolt ágon lesz:

$$U' = \frac{R_{ki}}{R + R_{ki}} \mathcal{E}' = 9,23 \text{ V}.$$

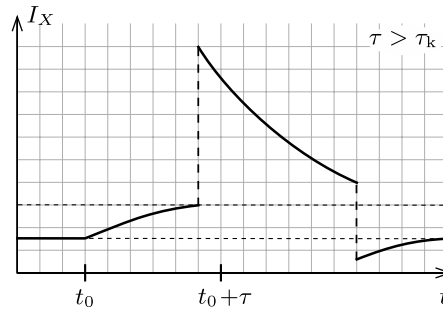
Ha a telep feszültségét ismét  $\mathcal{E} = 15,0 \text{ V}$  értékre növeljük, akkor a rendszer állapota elkezd jobbra mozogni a kikapcsolt ágon (ugyanúgy, mint a **B** részben).

Ha a telep feszültsége még azelőtt újra lecsökken, hogy az elem feszültsége eléri a küszöbfeszültséget, akkor a rendszer egyszerűen visszamegy a stacionárius állapotba. Az  $X$  áramköri elem áramának időfüggését az *5. ábrán* vázoltuk.



5. ábra

Ha viszont az elem feszültsége eléri a küszöbfeszültséget, akkor a rendszer felugrik a bekapcsolt ágra, és végigjár *egy* teljes oszcillációs ciklust (hiszen  $\tau < T$ ), mielőtt visszaérkezik a stacionárius állapotba. Az  $X$  áramkörü elem áramának időfüggése vázlatosan a 6. ábrán látható.



6. ábra

**C.2.** A kritikus idő a küszöbfeszültség eléréséhez szükséges idő (amit a **B.2** részben megismert módon számíthatunk ki):

$$\tau_k = \tau_{ki} \ln \frac{U_{ki}(\infty) - U'}{U_{ki}(\infty) - U_k} = 9,36 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

**C.3.** Mivel  $\tau > \tau_k$ , a rendszer végrehajt egy oszcillációt, tehát az áramkör ilyenkor neurisztor.

### 3. feladat. A Nagy Hadronütköztető

#### A rész. Az LHC gyorsító

**A.1.** Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$eU = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2.$$

Ezt megoldva  $v$ -re:

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{m_p c^2}{m_p c^2 + eU} \right)^2}.$$

**A.2.** A fenti eredményt felhasználva:

$$\Delta = 1 - \frac{v}{c} = 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{m_e c^2}{m_e c^2 + eU} \right)^2}.$$

Mivel  $m_e c^2 \ll eU$ , így

$$\Delta \approx \frac{1}{2} \left( \frac{m_e c^2}{eU} \right)^2 = 3,63 \cdot 10^{-11}.$$

**A.3.** Mivel a részecskék impulzusának csak az iránya változik, az impulzus nagysága állandó, a körmozgás dinamikai feltétele:

$$\frac{dp}{dt} = p \frac{v}{r} = \frac{m_p v^2}{r \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = evB.$$

Az energia:

$$E = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ezekből (felhasználva, hogy  $r = L/(2\pi)$  és  $v \approx c$ ):

$$B = \frac{2\pi E}{ecL} = 5,50 \text{ T}.$$

**A.4.** Keressük a kisugárzott teljesítmény képletét  $P_s = a^\alpha q^\beta c^\gamma \varepsilon_0^\delta$  alakban. A megfelelő dimenziók:

$$[P_s] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}, \quad [a] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad [q] = \text{C}, \quad [c] = \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad [\varepsilon_0] = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}.$$

A tömeg, a töltés, a hosszúság és az idő mértékegységének összevetéséből rendre a

$$\delta = -1, \quad \beta + 2\delta = 0, \quad \alpha + \gamma - 3\delta = 2, \quad -2\alpha - \gamma + 2\delta = -3$$

egyenleteket kapjuk. Ezekből  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 2$ ,  $\gamma = -3$ ,  $\delta = -1$ , vagyis a sugárzási teljesítmény:

$$P_t \sim \frac{a^2 \cdot e^2}{c^3 \cdot \varepsilon_0}.$$

**A.5.** Egyetlen részecske által kisugárzott teljesítmény:

$$P_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{6\pi} \frac{a^2 \cdot e^2}{c^3 \cdot \varepsilon_0}.$$

Felhasználva az  $E$  energia **A.3.**-ban megadott alakját, valamint, hogy  $a \approx c^2/r$  és  $r = L/(2\pi)$ :

$$P_s = \left( \frac{E}{m_p c^2} \right)^4 \frac{2\pi e^2 c}{3\varepsilon_0 L^2} = 7,94 \cdot 10^{-12} \text{ W}.$$

A teljes kisugárzott teljesítmény:

$$P_t = 2 \cdot 2808 \cdot 1,15 \cdot 10^{11} \cdot P_s = 5,13 \text{ kW}.$$

**A.6.** A relativisztikus mozgásegyenlet:

$$F = e \frac{U}{d} = \text{állandó} = \frac{dp}{dt} = \frac{p_{\text{vég.}} - p_{\text{kezd.}}}{T}.$$

Felhasználva a végsebesség **A.1.**-beli alakját és hogy  $p_{\text{vég.}} = m_p v / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ , továbbá  $p_{\text{kezd.}} = 0$ :

$$T = \frac{m_p c d}{eU} \sqrt{\left(1 + \frac{eU}{m_p c^2}\right)^2 - 1} = 218 \text{ ns}.$$

## B rész. Részecskeazonosítás

**B.1.** A  $v = \ell/t$  és a  $p = mv/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  összefüggésekből:

$$m = \frac{p}{\ell c} \sqrt{c^2 t^2 - \ell^2}.$$

**B.2.** A repülési idők különbsége:

$$\Delta t = 3 \cdot 150 \text{ ps} = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ s}.$$

A **B.1.** részből

$$t = \frac{\ell}{c} \sqrt{\left(\frac{mc}{p}\right)^2 + 1}.$$

A kaon és a pion adatait felhasználva:

$$\Delta t = \frac{\ell}{c} \left( \sqrt{0,498^2 + 1} - \sqrt{0,135^2 + 1} \right),$$

ahonnan  $\ell = 1,25 \text{ m}$  adódik.

**B.3.** A nyomkövetési csőben megtett körív hossza:

$$\ell = 2r \arcsin \frac{R}{2r}.$$

Csak keresztirányú  $p_T$  impulzus van, és a relativisztikus mozgásegyenlet  $p(v/r) = evB$ , a nyaláb irányára merőleges (transzverzális) impulzus:  $p_T = erB$ . Felhasználva **B.1.** eredményét:

$$m = \frac{eB}{c} \sqrt{\left(\frac{ct}{2 \arcsin \frac{R}{2r}}\right)^2 - r^2}.$$

**B.4.** A megadott adatokat behelyettesítve **B.3.** eredményébe a tömegekre

$$m_A = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938,65 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_B = 0,240 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 134,88 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_C = 1,667 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 935,10 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_D = 0,890 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 499,44 \text{ MeV}/c^2$$

adódik. Ezek alapján az A és C részecske *proton*, a B részecske *pion*, D pedig *kaon*.