

A verseny időtartama 90 perc. A feladatok pontozása: minden helyes válasz 5 pontot ér; helytelen válaszra 0 pont jár; válasz nélkül hagyott kérdésekre 1-1 pontot adunk.

1. Mennyivel egyenlő a  $K \cdot E \cdot D \cdot V \cdot E \cdot N \cdot C \cdot \ddot{U} \cdot N \cdot K \cdot P \cdot \acute{E} \cdot C \cdot S$  művelet sor eredménye, ha a benne szereplő azonos betűk azonos számjegyet, a különböző betűk különböző számjegyet jelölnek? (A) 0; (B) 7!; (C) 8!; (D) 9!; (E) 10!

2. Mennyi annak a számrendszernek az alapszáma, amelyben  $231_x \cdot 11_x = 3041_x$ , ahol  $x$  a számrendszer alapszáma? (A) 5; (B) 6; (C) 7; (D) 8; (E) 9.

3. Melyik a legnagyobb egész szám, amely kisebb, mint

$$\frac{3 + 3\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{15} - 3\sqrt{7} - \sqrt{21}}{1 + \sqrt{5} - \sqrt{7}}?$$

(A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5; (E) 6.

4. Mennyi a  $p$  értéke, ha az  $ABCD$  paralelogramma esetén  $2 \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + 4 \cdot \overrightarrow{CD} + 3 \cdot \overrightarrow{DA} = p \cdot \overrightarrow{AC}$ ? (A)  $-3$ ; (B)  $-2$ ; (C)  $-1$ ; (D) 1; (E) 2.

5. Ha tegnap szerda lett volna, akkor 72 óra múlva éppen az a napja lenne a hétnek, amelyik valójában holnapután lesz. Milyen nap lesz holnapután?

(A) szerda; (B) csütörtök; (C) péntek; (D) szombat; (E) vasárnap.

6. Melyik kifejezéssel egyenlő az  $a^{\frac{\lg(\lg a)}{\lg a}}$ , ha  $a > 1$ ? (A) 1; (B)  $a$ ; (C)  $\lg a$ ; (D)  $a^{\lg a}$ ; (E)  $a \cdot \lg a$ .

7. Egy játék megvásárlásához Daninak 51, Dórinak 1 petákja hiányzott. Pénzüket összeadták, de az így sem lett elegendő a játék megvásárlásához. Hány petákba került a játék, ha mindkét gyereknek egész számú petákja volt? (A) 0; (B) 1; (C) 51; (D) 52; (E) 53.

8. Hány olyan rendezett  $(a; b)$  számpár van, amelyre  $a^b = b^a$ , ha  $a; b \in \{0; 1; 2; 4\}$ ?

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) 5.

9. Mennyivel egyenlő  $5^{2012} - 4 \cdot 5^{2011} - 4 \cdot 5^{2010} - \dots - 4 \cdot 5^2 - 4 \cdot 5$ ? (A)  $-5$ ; (B) 0; (C) 5; (D) 25; (E) 125.

10. Hány egybevágó négyzet helyezhető el a koordináta-rendszerben úgy, hogy semelyik kettőnek ne legyen közös belső pontja, és mindkét koordináta-tengelynek legyen pontja valamennyi négyzet kerületén, ha a lehető legtöbbet helyezzük el? (A) 4; (B) 5; (C) 6; (D) 7; (E) 8.

11. Hány egész megoldása van az  $|x^2 - 26| = p$  egyenletnek, ha a megoldások száma a lehető legnagyobb? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

12. Hány olyan  $n$  természetes szám van, amelyre  $n^2 + 10n$  négyzetszám? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

13. Véletlenszerűen egymás után írjuk a négy évszak nevét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a felírás sorrendje megegyezik azzal, ahogy az évszakok a valóságban követik egymást? (A)  $\frac{1}{24}$ ; (B)  $\frac{1}{12}$ ; (C)  $\frac{1}{8}$ ; (D)  $\frac{1}{6}$ ; (E)  $\frac{1}{4}$ .

14. Az  $x_1, x_2, \dots, x_n$  1-nél kisebb abszolút értékű valós számok. Mennyi lehet az  $n$  legkisebb értéke, ha  $|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| = 2013 + |x_1 + x_2 + \dots + x_n|$ ? (A) 2011; (B) 2012; (C) 2013; (D) 2014; (E) 4024.

15. András és Balázs egyszerre indul gyalog  $A$ -ból  $B$ -be. András minden kilométernyi utat 5 perccel rövidebb idő alatt tesz meg, mint Balázs. András az út negyed részének megtétele után visszafordul  $A$ -ba, és ott 30 percet időzik, majd ismét indul  $B$ -be, ahová Balázssal egy időben érkeznek. Mennyi az  $AB$  távolság kilométerben mért hosszában a mérőszám számjegyeinek szorzata, ha az  $AB$  távolságot Balázs 4,5 óra alatt teszi meg? (A) 0; (B) 3; (C) 4; (D) 6; (E) 8.

16. Egy szabályos hétszög csúcsait piros, fehér vagy zöld színűre festjük. Hányféleképpen tehetjük ezt meg? (A hétszög középpontja körüli forgatással egymásba vihető festések nem különbözőek.) (A) 315; (B) 729; (C) 2180; (D) 2187; (E) Az előzőek közül egyik sem.

17. Hányféleképpen olvasható ki az *ábrából* a RÁTZ LÁSZLÓ név, ha csak jobbra és lefelé haladhatunk, és kettőnél többször nem léphetünk egymás után ugyanabba az irányba? (A) 45; (B) 55; (C) 90; (D) 110; (E) 120.

```

R  Á  T  Z  L  Á  S  Z  L  Ó
 Á  T  Z  L  Á  S  Z  L  Ó
T  Z  L  Á  S  Z  L  Ó
Z  L  Á  S  Z  L  Ó
L  Á  S  Z  L  Ó
 Á  S  Z  L  Ó
S  Z  L  Ó
Z  L  Ó
L  Ó
 Ó

```

18. Az  $ABCD$  téglalapba lehet olyan szabályos háromszöget írni, amelynek egyik csúcsa  $A$ , a másik két csúcsa a  $BC$ , illetve a  $CD$  oldalra illeszkedik. Mennyi lehet a téglalap két szomszédos oldalhosszának az aránya, ha az a lehető legkisebb? (A)  $\sqrt{2} : 2$ ; (B)  $\sqrt{6} : 3$ ; (C)  $\sqrt{3} : 2$ ; (D)  $2 : \sqrt{5}$ ; (E)  $1 : \sqrt{3}$ .

19. Melyik állítás igaz, ha  $S = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2^i}$ ? (A)  $1 < S < 2$ ; (B)  $S = 2$ ; (C)  $2 < S < 3$ ; (D)  $S = 3$ ; (E)  $3 < S$ .
20. Számítógéppel kinyomtattuk a  $2^{2012}$  és az  $5^{2012}$  hatványértékeket. Hány számjegyet írt le összesen a nyomtató? (A) 2011; (B) 2012; (C) 2013; (D) 2014; (E) 4024.
21. Melyik számjegy áll az  $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2011}{2012!}$  összeg tizedestört alakjában a tizedesvessző utáni 2012. helyen? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 8; (E) 9.
22. Az  $ABC$  háromszögben a  $CBA \sphericalangle = 45^\circ$ . A  $BC$  oldal egy  $P$  pontjára igaz, hogy  $BP : PC = 1 : 2$  és  $CPA \sphericalangle = 60^\circ$ . Hány fok az  $ACB$  szög nagysága? (A) 72,5; (B) 75; (C) 80; (D) 82,5; (E) 85.
23. Egy kocka egyik csúcsában egy pontszerű róka van. Három vadász egyidejűleg egy-egy pontos lövést ad le, ezek eltalálják a kocka három csúcsát (ez egy sorozat). Egy lövés akkor találja el a rókát, ha olyan csúcsot talál el, ahol a róka éppen van. Ha egy sorozat három lövésének egyiké sem találja el a rókát, akkor az a következő sorozat előtt átfut egy él mentén a három szomszédos csúcs egyikébe. Legkevesebb hány – alkalmasan megválasztott – sorozatot kell leadni a három vadásznak, hogy a végig láthatatlan rókát egy lövés biztosan eltalálja? (A) 3; (B) 4; (C) 5; (D) 6; (E) A vadászok nem biztos, hogy eltalálják a rókát, bármennyi sorozatot adnak is le.
24. Hány megoldása van a  $2x^4 + 4x^3 + 11x^2 + 9x + 10 = 0$  egyenletnek a valós számok halmazán? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.
25. Egy  $6 \times 6$ -os négyzetrács 36 fehér négyzetét sárgára átfestjük úgy, hogy egyszerre egy négyzetet festünk át, majd a négyzetre ráírjuk, hogy az adott négyzettel oldallal szomszédos négyzetek közül már hány sárga színű. Ezután addig folytatjuk a festést és a számok írását, míg az összes négyzet sárga színű nem lesz, és minden négyzetre rákerül a megfelelő szám. Mennyi a négyzetekre írt számok összege? (A) 30; (B) 60; (C) 90; (D) 120; (E) A színezés sorrendjétől függ.
26. Mennyi az  $xy + yz + zx$  összeg, ha  $x, y$  és  $z$  olyan pozitív valós számok, amelyekre teljesülnek az  $x^2 + xy + y^2 = 9$ , az  $y^2 + yz + z^2 = 16$  és a  $z^2 + zx + x^2 = 25$  egyenletek? (A)  $8\sqrt{3}$ ; (B)  $9\sqrt{2}$ ; (C)  $9\sqrt{3}$ ; (D)  $10\sqrt{2}$ ; (E)  $16\sqrt{3}$ .
27. Mennyi a számjegyek összege a legnagyobb olyan számban, amely nem állítható elő 2012 összetett szám összegeként? (A) 14; (B) 15; (C) 18; (D) 19; (E) 21.
28. Melyik kifejezés értékét lehet egyértelműen megadni, ha  $a$  és  $b$  pozitív valós számok,  $a < b$  és  $a^2 + b^2 + 3a^2b = 10a^2b^2 + 3ab^2 + 2ab$ ? (A)  $ab(a - b)$ ; (B)  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ; (C)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ; (D)  $\frac{ab - 1}{a + b}$ ; (E)  $\frac{a + b}{a - b}$ .
29. Mely esetben van szélsőértéke az  $f(x) = \sqrt{2x + 3} + \sqrt{5x + a} + \sqrt{bx + c}$  függvénynek, ha  $a, b$  és  $c$  valós paraméterek? (A)  $a = 7, b = -7, c = -9$ ; (B)  $a = 3, b = -7, c = 9$ ; (C)  $a = -7, b = -9, c = 2$ ; (D)  $a = -7, b = -7, c = 9$ ; (E) Az előzőek közül egyikben sem.
30. Jelölje  $S_n$  a természetes számok négyzetösszegét 1-től  $n$ -ig, ahol  $n$  tetszőleges háromjegyű természetes szám! Kiszámoljuk az összes  $S_n$  szám 4-gyel való osztási maradékát. Melyik maradék gyakorisága a legnagyobb? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) Mindegyik maradéknak ugyanannyi a gyakorisága.

A feladatsort Csordásné Szécsi Jolán állította össze

### A középiskolás tanárverseny eredménye

1. Erben Péter (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.)	122 pont
2. Koncz Levente (Budapest, Árpád Gimn.)	115 pont
3. Kiss Géza (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.), Róka Sándor (Nyíregyházi Főiskola)	113 pont
5. Fridrik Richárd (Szegedi Tudományegyetem), Fonyó Lajos (Keszthely, Vajda János Gimn.)	106 pont
7. Eckert Bernadett (Bonyhád, Petőfi Sándor Evangélikus Gimn.)	105 pont
8. Magyar Zsolt (Budapest, Szent István Gimn.)	103 pont.

### Az általános iskolás tanárverseny<sup>1</sup> eredménye

1. Csordás Péter (Kecskemét, Katona József Gimn.)	145 pont
2. Nagy Tibor (Kecskeméti Református Ált. Isk.)	140 pont
3. Csordás Mihály (Kecskemét, Kodály Zoltán Ének-Zenei Ált. Isk.), Fórisné Horváth Ágnes (Óbudai Szt. Péter és Pál Szalézi Ált. Isk.)	135 pont
5. Gunther Szilvia (Törökbálint, Bálint Márton Ált. és Középisk.)	122 pont.

<sup>1</sup>Az általános iskolás tanárverseny feladatait nem közöljük.