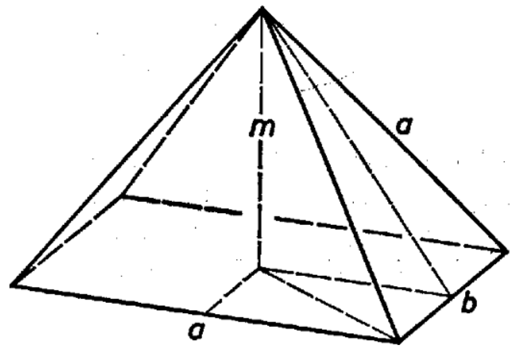
Jelölje a gúla oldalélét a, változó alapélét b, magasságát, m.



Pitagorasz tétele alapján gúlánkban

$$m = \sqrt{a^2 - \frac{a^2+b^2}{4}} = \frac{\sqrt{3a^2-b^2}}{2},$$

így a térfogat:

$$V = \frac{a \cdot b\sqrt{3a^2-b^2}}{6}.$$

Ennek természetesen csak $b^2 \leq 3a^2$ mellett van értelme.

Változtatva b értékét, V értéke akkor maximális, amikor a $\left(\frac{6V}{a}\right)^2 = b^2(3a^2-b^2)$ szorzat értéke maximális. Ez pedig – mivel a két (pozitív) tényező összege állandó –, a számtani és mértani közepek közti nagyságviszony szerint sohasem nagyobb, mint $\left(\frac{3a^2}{2}\right)^2$, és egyenlőség áll be köztük, ha a két szám egyenlő: $b^2 = 3a^2 - b^2$, $b = a\sqrt{\frac{3}{2}} = a \cdot 1{,}225$.

Meg kell még vizsgálnunk, hogy $b = \sqrt{\frac{3}{2}}a$ választással alkotható-e valóban a feladatnak megfelelő gúla. Ehhez a $2a \geq b$ háromszög egyenlőtlenségnek kell teljesülnie, ami a talált érték mellett teljesül is.