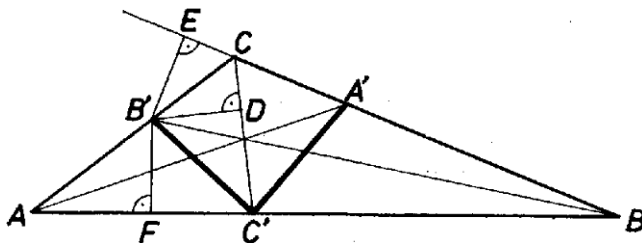


Legyen az ABC háromszög C -nél levő szöge 120° , továbbá a szögfelezőknek a háromszögbe eső szakaszai AA' , BB' és CC' . Az $A'C'B' \sphericalangle = 90^\circ$ állítás bizonyításához elég belátnunk, hogy a $C'B'$, $C'A'$ szár rendre felezi az $AC'C$, illetve $BC'C$ szöget.



Jelölje B' vetületét a CC' , CB , BA egyenesen rendre D , E , F . Ekkor $B'D = B'E$, hiszen a háromszög C -nél levő külső szöge egyenlő a belső szög felével, másrészt B' definíciója révén $B'E = B'F$. Ezekből $B'D = B'F$, és ez igazolja állításunkat $C'B'$ -re, és ugyanígy adódik, hogy $A'C'B \sphericalangle = A'C'C \sphericalangle$. Ezzel bebizonyítottuk az állítást.

Megjegyzés. A szögfelező osztásarány-tételének megfordítására gondolva, tulajdonképpen azt találtuk, hogy – esetünkben – a $B'C : B'A$ arány a $C'C : C'A$ aránnyal is egyenlő, azon fölül, hogy B' szerkesztése alapján $BC : BA$ -val mindig egyenlő. Tehát $C \sphericalangle = 120^\circ$ mellett $C'C : C'A = BC : BA$. Ez más számítás útján is belátható, tehát bizonyításként is szóba jön.