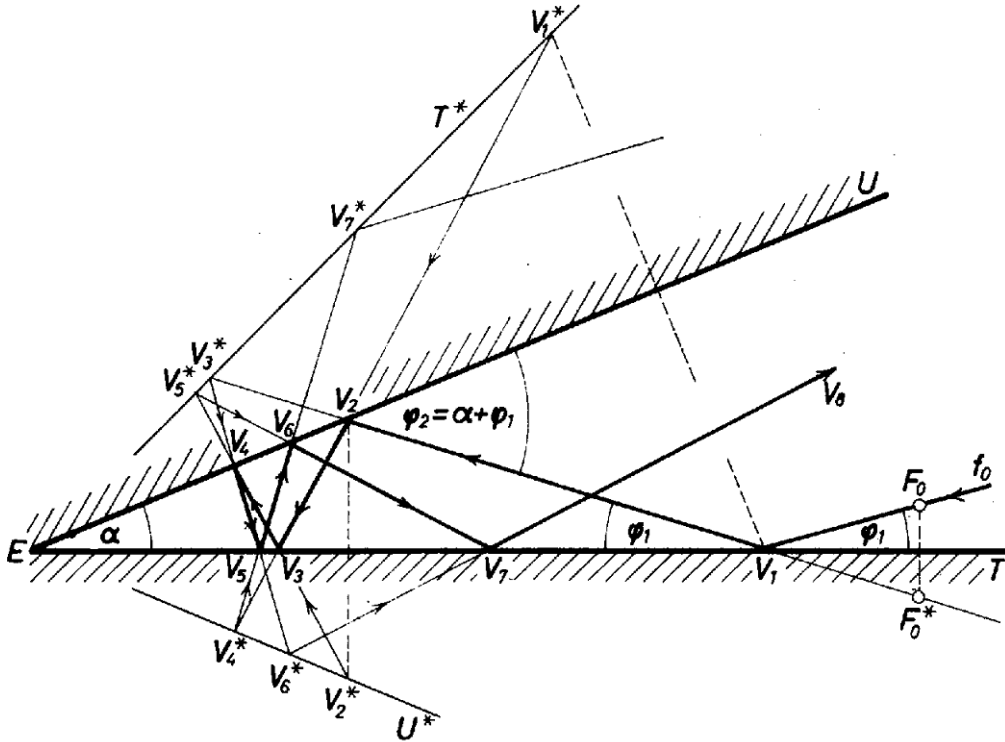


A tükröket (végtelen) félsíkoknak gondoljuk, közös határoló egyenessel – éllel –; a fényt az α méretű lapszög tartomány belseje felé verik vissza. Fizikai szempontokat (energiavesztés stb.) nem vesszünk figyelembe.

A fénysugárnak az első visszaverés előtti f_0 pályáját – útját – merőlegesnek vesszük a tükörpár e élére. (Lásd alább a megjegyzést.) Ebben a felfogásban a jelenség abban az S síkban játszódik le, amely átmegy f_0 -on és merőleges e -re, és leegyszerűsödik az egymással a szöget bezáró ET és EU tükröző félegyeneseken való visszaverődésekre. Jelöljük V_1, V_2, \dots -vel a fénysugár egymás utáni visszaverődési pontjait (váltakozva ET -n és EU -n), továbbá m -mel az adott α -hoz a visszaverődések maximális számát.



Nevezzük – a fizikai szokástól eltérve – f_0 beesési szögének a $TV_1F_0 = \varphi_1$ szöget (F_0 az f_0 -nak egy, a V_1 előtti pontja). Erre $0 < \varphi_1 \leq \alpha$, különben nem ez volna az első visszaverődés (ti. amúgy az EU valamely pontja felől jönne f_0).

Legyen a visszavert f_1 fénysugár egy (V_1 utáni) pontja F_1 , ekkor a visszaverődés törvénye szerint $EV_1F_1 \sphericalangle = \varphi_1$. Csak akkor nem jönne létre EU -n a V_2 beesési pont, ha $\alpha + \varphi_1 \geq 180^\circ$ volna. De mivel φ_1 minden értékére gondolunk, minden α -hoz választható olyan φ_1 (és persze E -től különböző V_1 is), amellyel létrejön V_2 . És ekkor f_1 beesési szöge a V_2EV_1 háromszög külső szögeként $\varphi_2 = V_1V_2U \sphericalangle = \alpha + \varphi_1$. Eszerint minden tekintetbe vett α -ra $m \geq 2$.

Hasonlóan nem metszi ET -t a V_2 -ben visszavert f_2 fénysugár, ha $\alpha + \varphi_2 \geq 180^\circ$, azaz $2\alpha + \varphi_1 \geq 180^\circ$. Ezt már φ_1 megválasztásával sem háríthatjuk el, ha eleve $2\alpha \geq 180^\circ$, azaz $\frac{180^\circ}{\alpha} \leq 2$. Másfelől ha $\alpha + \varphi_2 = \varphi_3 < 180^\circ$, akkor létrejön V_3 , és ott éppen $\varphi_3 = \alpha + \varphi_2 = 2\alpha + \varphi_1$ lesz a beesési szög.

Meggondolásunkat ismételve, akkor lesz maximális a visszaverődések száma, m , ha V_m még létrejöhetett alkalmas φ_1 mellett, azaz $(m-1)\alpha + \varphi_1 < 180^\circ$, tehát $\frac{180^\circ}{\alpha} > m-1$, de V_{m+1} már nem jöhet létre, mert bármely φ_1 mellett $m\alpha + \varphi_1 \geq 180^\circ$ amiatt, hogy $m\alpha \geq 180^\circ$, amiből $\frac{180^\circ}{\alpha} \leq m$. Szavakban: ha $\frac{180^\circ}{\alpha}$ egész szám, akkor mindjárt ez a visszaverődések számának maximálisa, különben pedig az öt közrefogó két egész szám közül a nagyobbik.

Ismerve az [] egészrész-függvény tulajdonságait, eredményünk képlet alakban így írható:

$$m = - \left[-\frac{180^\circ}{\alpha} \right].$$

(Ezáltal a szokásoshoz közelebb jutunk a grafikonunk lépcsőinek jobb végpontjain, szokatlan helyzetben jelentkező „gombócok” értelmezésében.)

Megjegyzések. 1. A bevezetett egyszerűsítéssel tulajdonképpen minden lehetséges fénysugármenetnek az e élre merőleges síkon való (merőleges) vetületét vizsgáltuk. Ez azért volt elég a kérdés megválaszolásához, mert egy térbeli alakzat akkor és csakis akkor létezik (= ábrázolható), ha a vetülete létezik.

Felmerülhet ez az aggály: az S -en vizsgált vetületünkben a felhasznált szögek nem a valódi nagyságukban mutatkoztak (nagyobbak látszanak), ha f_0 nem merőleges e -re; érvényesek-e tehát megmondásaink? Igen, érvényesek. Ugyanis pl. a V_1 -beli, φ_1 nagyságú szögek megfelelői mindig egyenlők, továbbá – a törvénynek eddig nem idézett része

szerint $-f_1$ „benne marad” abban a síkban, amelyet egyrészt a V_1 -ben az első tükör síkjára állított merőleges, másrészt f_0 határoz meg. Ennélfogva vetítésünk a két egyező szög „vetületeit” is egyenlőknek mutatja.

Egyébként a φ_1 szög csak segéd szerepet játszott megoldásunkban; azért volt célszerű a használata, mert a kérdésben az α is szög. A fénysugár útját megrajzolni egyszerűbb úgy, hogy F_0 -nak az első tükörre (ill. ET -re) való F_0^* tükörképéből indítunk félegyenest V_1 -en át, majd V_1 -nek vesszük a V_1^* tükörképét a második tükörre (EU -ra), és ebből irányítunk V_2 felé s í. t. (A V_1^*, V_3^*, \dots és V_2^*, V_4^*, \dots képek ET -nek EU -ra való tükörképén sorakoznak, illetve EU -nak ET -re való képén.)

2. Tulajdonképpen a végtelenből jövőnek tételeztük fel a fénysugarat, de ez nem okoz változást a keresett számban. Előállítható $\varphi_1 > \alpha$ is a két tükör közti fényforrással és alkalmas réssel, de így már eleve kevesebb a visszaverődések száma.