[1]

1. feladat. Napból érkező részecskék (összesen *10 pont*).

A Nap felületéről érkező fotonok és a belsejéből érkező neutrínók a Nap belső és külső hőmérsékletéről adhatnak információt, valamint megerősítik, hogy a Nap a benne zajló nukleáris folyamatok miatt ragyog.

A feladatban a következő adatokat használhatjuk: a Nap tömege: $M_\odot = 2{,}00\cdot 10^{30}$ kg, a Nap sugara: $R_\odot = 7{,}00\cdot 10^{8}$ m, a Nap luminozitása (egységnyi idő alatt kisugárzott energia): $L_\odot = 3{,}85\cdot 10^{26}$ W és a Föld–Nap átlagos távolsága: $d_\odot = 1{,}50\cdot 10^{11}$ m.

Néhány függvény határozatlan integrálja:

$$\text{(i)}\qquad \int x\mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\right)\mathrm{e}^{ax} + \text{állandó},$$

$$\text{(ii)}\qquad \int x^2\mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3}\right)\mathrm{e}^{ax} + \text{állandó},$$

$$\text{(iii)}\qquad \int x^3\mathrm{e}^{ax}\,\mathrm{d}x = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4}\right)\mathrm{e}^{ax} + \text{állandó}.$$

A rész. A Naptól jövő sugárzás

A.1. *Tegyük fel, hogy a Nap abszolút fekete testként sugároz. Ezt felhasználva határozzuk meg a Nap $T_\odot$ felszíni hőmérsékletét!* (*0,3 pont*)

A napsugárzás spektrumát jó közelítéssel a Wien-féle eloszlás adja meg. Eszerint a Napból a Föld egy adott felületére egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban érkező energia:

$$u(f) = A\frac{R_\odot^2}{d_\odot^2}\frac{2\pi h}{c^2}f^3\exp(-hf/k_\mathrm{B}T_\odot),$$

ahol f a frekvencia, A pedig a bejövő sugárzás irányára merőleges felület nagysága.[2]

Ezek után tekintsünk egy, a beeső napsugárzás irányára merőlegesen elhelyezett, A felületű, félvezető anyagból készült, vékony napelemet.

A.2. *A Wien-közelítést felhasználva fejezzük ki a napelem felületére beeső napsugárzás teljes P_be teljesítményét az A, $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$ paraméterekkel, valamint a c, h, k_B fizikai állandókkal!* (*0,3 pont*)

A.3. *Fejezzük ki az egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban a napelem felületére beeső fotonok $n_\gamma(f)$ számát az A, $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$, f paraméterekkel, valamint a c, h, k_B fizikai állandókkal!* (0,2 pont)

A félvezető anyag, amiből a napelem készült, E_g szélességű tiltott sávval rendelkezik.[3] Alkalmazzuk a következő modellt. Minden, $E \ge E_\mathrm{g}$ energiájú foton egy elektront gerjeszt a tiltott sáv fölé. Ez az elektron E_g energiával járul hozzá a hasznos kimenő energiához, az esetleges többletenergiája hő formájában disszipálódik (nem hasznosul).

A.4. *Legyen $x_\mathrm{g} = hf_\mathrm{g}/k_\mathrm{B}T_\odot$, ahol $E_\mathrm{g} = hf_\mathrm{g}$. Fejezzük ki a napelem P_ki hasznos kimenő teljesítményét az x_g, A, $R_\odot$, $d_\odot$, $T_\odot$ paraméterekkel, valamint a c, h, k_B fizikai állandókkal!* (1,0 pont)

A.5. *Fejezzük ki a napelem η hatásfokát x_g segítségével!* (*0,2 pont*)

A.6. *Ábrázoljuk vázlatosan η-t az x_g függvényében! Az $x_\mathrm{g} = 0$ és az $x_\mathrm{g} \to \infty$ esetén érvényes értékeket is tüntessük fel. Mekkora az $\eta(x_\mathrm{g})$ függvény meredeksége $x_{\mathrm{g}=0}$ és $x_\mathrm{g} \to \infty$ esetén?* (*1,0 pont*)

A.7. *Jelöljük x_0-lal x_g azon értékét, ahol η maximális. Írjuk fel azt a harmadfokú egyenletet, amiből x_0 meghatározható! Adjunk becslést x_0 értékére $\pm 0{,}25$ pontossággal! Ezt felhasználva számoljuk ki $\eta(x_0)$ értéket!* (*1,0 pont*)

A.8. *Tiszta szilícium esetén $E_\mathrm{g} = 1{,}11\,\mathrm{eV}$. Ezt az adatot felhasználva, számoljuk ki a szilíciumból készült napelem η_Si hatásfokát!* (*0,2 pont*)

A 19. század végén *Kelvin* és *Helmholtz* (KH) egy hipotézissel álltak elő a Nap sugárzásának magyarázatára. Feltételezték, hogy a Nap kezdetben egy óriási, elhanyagolható sűrűségű, $M_\odot$ tömegű porfelhő volt, amely folyamatosan húzódott össze. A Nap sugárzása – feltevésük szerint – származhat a lassú zsugorodás során felszabaduló gravitációs potenciális energiából.

A.9. *Tegyük fel, hogy a Nap egyenletes tömegeloszlású. Adjuk meg a Nap jelenlegi Ω gravitációs potenciális energiáját a G gravitációs állandó, $M_\odot$ és $R_\odot$ segítségével!* (*0,3 pont*)

A.10. *A KH-hipotézis alapján becsüljük meg azt a legnagyobb lehetséges τ_{KH} időt (években megadva), ameddig a Nap ragyogni tudna! Tételezzük fel, hogy ezen idő alatt a Nap luminozitása állandó.* (*0,5 pont*)

A fenti módon kiszámolt τ_KH idő nem egyeztethető össze a Naprendszer – meteoritok tanulmányozásával kapható – becsült életkorával. Ez azt mutatja, hogy a Nap energiaforrása *nem* lehet tisztán gravitációs eredetű.

B rész. A Napból jövő neutrínók

1938-ban *Hans Bethe* azt állította, hogy a Nap energiája a benne levő hidrogén héliummá történő magfúziójából származik. A nettó magreakció:

$$4\,{}^1\mathrm{H} \;\to\; {}^4\mathrm{He} + 2\mathrm{e}^+ + 2\nu_\mathrm{e}.$$

[1] A hivatalos megoldást és a mérési feladatokat a KöMaL novemberi számában ismertetjük.

A feladatok kidolgozására 5 óra állt rendelkezésre. A három elméleti feladatra összesen 30 pontot lehetett kapni. A részfeladatok után közölt pontszámok az egyes kérdések nehézségi fokára utalnak.

[2] c a fénysebességet, h a Planck-állandót, k_B pedig a Boltzmann-állandót jelöli. Ezek (és még más fizikai állandók) számértékét egy külön táblázatban megkapták a versenyzők.

[3] A „g” index az angol *gap* (rés) szóra, vagyis a tiltott sáv szélességére utal.

A reakcióban keletkező ν_e „elektronneutrínók” tömege zérusnak vehető. Ezek a részecskék a Napból kiszabadulnak, és a Földön történő detektálásuk alátámasztja a magreakciók lezajlását a Nap belsejében. A neutrínók által elszállított energia elhanyagolható ebben a feladatban.

B.1. *Számítsuk ki a Földet elérő neutrínók számának* Φ_ν *fluxussűrűségét* $\mathrm{m}^{-2}\ \mathrm{s}^{-1}$ *egységben! A fenti reakcióban* $\Delta E = 4{,}0 \cdot 10^{-12}$ J *energia szabadul fel. Tételezzük fel, hogy a Nap által kisugárzott energia teljes mértékben ebből a reakcióból származik!* (*0,6 pont*)

A Nap magjából a Földig tartó útjuk során a ν_e elektronneutrínók egy része más típusú, ν_x neutrínókká alakul át.[4] A detektor a ν_x neutrínókat $\frac{1}{6}$ akkora hatásfokkal érzékeli, mint amekkora hatásfokkal a ν_e neutrínókat. Ha nem volna neutrínóátalakulás, akkor egy év alatt átlagosan N_1 számú neutrínó detektálását várnánk. Azonban az átalakulás miatt a valóságban egy év alatt átlagosan N_2 számú neutrínót (ν_e-t és ν_x-t együttesen) detektálnak.

B.2. *Határozzuk meg* N_1 *és* N_2 *segítségével, hogy a* ν_e *neutrínók mekkora* r *hányada alakul át* ν_x *neutrínóvá!* (*0,4 pont*)

Ahhoz, hogy a neutrínókat észlelni tudjuk, nagy, vízzel töltött detektorokat építünk. Habár a neutrínók anyaggal való kölcsönhatása meglehetősen ritka, olykor elektronokat löknek ki a detektorbeli vízmolekulákból. Ezek a nagyenergiájú elektronok nagy sebességgel hatolnak át a vízen, mely folyamat során elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Amíg egy ilyen elektron sebessége nagyobb, mint a fény sebessége az n törésmutatójú vízben, a sugárzás (ún. Cserenkov-sugárzás) kúp alakban bocsátódik ki.

B.3. *Tételezzük fel, hogy a neutrínó által kilökött elektron a vízben való haladása során állandó ütemben, időegységenként* α *energiát veszít. Határozzuk meg a neutrínó által az elektronnak átadott energiát* ($E_{\text{átadott}}$) α, Δt, n, m_e *és* c *segítségével, ha az elektron* Δt *ideig bocsát ki Cserenkov-sugárzást! (Tételezzük fel, hogy az elektron a neutrínóval való kölcsönhatása előtt nyugalomban volt.)* (*2,0 pont*)

A Nap belsejében a hidrogén héliummá történő fúziója több lépésben történik. Az egyik ilyen lépés során ^{7}Be atommag (nyugalmi tömege m_{Be}) keletkezik. Ezután ez az atommag egy elektront nyelhet el, melynek folyamán egy ^{7}Li atommag (nyugalmi tömege $m_{\mathrm{Li}} < m_{\mathrm{Be}}$) és egy ν_e neutrínó keletkezik. A megfelelő magreakció:

$$^7\mathrm{Be} + \mathrm{e}^- \ \rightarrow\ ^7\mathrm{Li} + \nu_e.$$

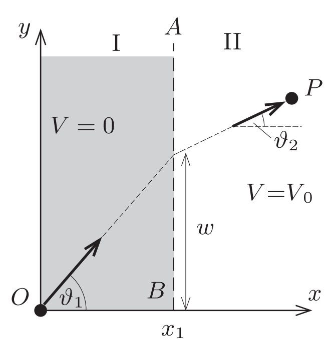
Ha egy nyugalomban levő Be atommag ($m_{\mathrm{Be}} = 11{,}5 \cdot 10^{-27}$ kg) elnyel egy ugyancsak nyugvó elektront, a keletkező neutrínó energiája $E_\nu = 1{,}44 \cdot 10^{-13}$ J. Azonban a Be atommagok véletlenszerű termikus mozgást végeznek a Nap magjában lévő T_c hőmérséklet miatt, és mozgó neutrínóforrásként viselkednek. Emiatt a kibocsátott neutrínók energiája ΔE_{rms} négyzetes középértékkel fluktuál.

B.4. *Ha* $\Delta E_{\mathrm{rms}} = 5{,}54 \cdot 10^{-17}$ J, *számoljuk ki a* Be *magok* V_{Be} *sebességének négyzetes középértékét, majd ezzel adjunk becslést* T_c*-re!* (Útmutatás: ΔE_{rms} *a megfigyelés irányába mutató sebességkomponens négyzetes középértékétől függ.*) (*2,0 pont*)

2. feladat. A szélsőértékelv (összesen *10 pont*).

A rész. Szélsőértékelv a mechanikában

Tekintsünk egy vízszintes, súrlódásmentes x-y síkot (*1. ábra*). A síkot az $x = x_1$ egyenlettel megadott AB egyenes két, I és II jelű tartományra osztja. Egy m tömegű, pontszerű test helyzeti energiája az I-es tartományban $V = 0$, míg a II-es tartományban $V = V_0$. A részecskét az O origóból v_1 sebességgel indítjuk el egy, az x tengellyel ϑ_1 szöget bezáró egyenes mentén. A II-es tartományban lévő P pontot v_2 sebességgel éri el egy, az x tengellyel ϑ_2 szöget bezáró egyenes mentén.



1. ábra

A gravitációt és a relativisztikus hatásokat a feladat minden részében elhanyagolhatjuk.

A.1. *Fejezzük ki* v_2*-t az* m, v_1 *és* V_0 *mennyiségek segítségével!* (*0,2 pont*)

A.2. *Adjuk meg* v_2*-t* v_1, ϑ_1 *és* ϑ_2 *segítségével!* (*0,3 pont*)

[4] Ezen jelenség, az ún. neutrínóoszcilláció kísérleti igazolásáért *Kadzsita Takaaki* japán és *Arthur B. McDonald* kanadai tudósnak ítélték oda a 2015. évi fizikai Nobel-díjat (– a szerk.).

Definiálunk egy (hatásnak nevezett) $A = m \int v(s)\,\mathrm{d}s$ mennyiséget, ahol ds a $v(s)$ sebességgel mozgó m tömegű részecske „infinitezimálisan kicsi” elmozdulása a pályája mentén. Az integrálást a pályagörbe mentén kell elvégezni.

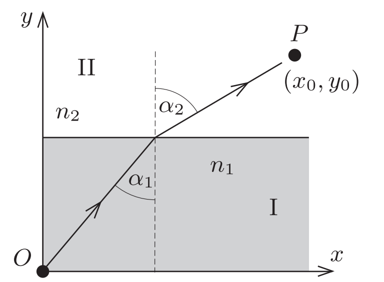
Példaként, ha egy részecske állandó v sebességgel mozog egy R sugarú körpályán, akkor az A hatás 1 fordulat alatt $2\pi mRv$ lesz.

Ha a részecske E energiája állandó, akkor megmutatható, hogy két rögzített végpont között az összes lehetséges pálya közül a részecske ténylegesen azon a pályán fog mozogni, amelyen kiszámítva az A hatásnak szélsőértéke (minimuma vagy maximuma) van. Történeti okokból ezt a szélsőértékelvet a *legkisebb hatás elvének* (LHE) nevezik.

A.3. *A LHE-ből következik, hogy ha egy részecske olyan tartományban mozog, ahol a helyzeti energia állandó, a pályája a két rögzített pont közötti egyenes szakasz lesz. Legyenek az 1. ábrán látható O és P rögzített pontok koordinátái $(0,0)$, illetve (x_0, y_0), továbbá annak a határpontnak a koordinátái, ahol a részecske az I-es tartományból átmegy a II-esbe, legyenek (x_1, w). Fontos, hogy x_1 értéke rögzített, és a hatás csak a w koordináta függvénye. Adjuk meg az $A(w)$ hatásfüggvény alakját! Az LHE alapján keressünk kapcsolatot a v_1/v_2 hányados és a fenti koordináták között! (1,0 pont)*

B rész. Szélsőértékelv az optikában

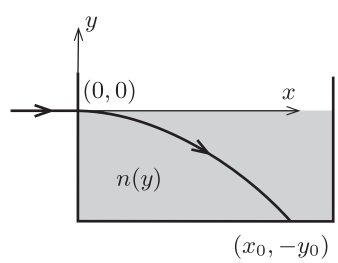
Egy fénysugár az n_1 törésmutatójú I-es közegből az n_2 törésmutatójú II-es közegbe lép át. A két közeget egy x tengellyel párhuzamos egyenes választja el. A fénysugár az y tengellyel az I-es közegben α_1, a II-es közegben α_2 szöget zár be (*2. ábra*). A fénysugár útját egy másik szélsőértékelv, a legkisebb idő elvét megfogalmazó *Fermat-elv* segítségével kapjuk meg.



2. ábra

B.1. *Az elv azt mondja ki, hogy két rögzített pont között a fénysugár olyan pályán halad, amelyen a két pont közötti út megtételéhez szükséges időnek szélsőértéke van. Vezessük le a $\sin\alpha_1$ és $\sin\alpha_2$ közötti összefüggést a Fermat-elv alapján! (0,5 pont)*

A *3. ábrán* (vázlatosan) egy olyan lézersugár menete látható, amely vízszintesen lép be egy cukoroldatba. Az oldatban a cukorkoncentráció – és ennek következtében a törésmutató is – csökken a magassággal.



3. ábra

B.2. *Tegyük fel, hogy a törésmutató csak y koordinátától függ, $n = n(y)$. A B.1. részben kapott összefüggés segítségével fejezzük ki a fénysugár pályájának $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x$ meredekségét az n_0 és $n(y)$ törésmutatók függvényében, ahol n_0 a törésmutató értéke az $y = 0$ helyen! (1,5 pont)*

B.3. *A lézersugár a $(0,0)$ origóban vízszintesen lép be a cukoroldatba az edény aljához viszonyítva y_0 magasságban, ahogy az a 3. ábrán látszik. Legyen $n(y) = n_0 - ky$, ahol n_0 és k pozitív állandók. Fejezzük ki x-et y és a lézersugár pályáját meghatározó többi mennyiség függvényében! (1,2 pont)*

Felhasználható, hogy:

$$\int \frac{1}{\cos\vartheta}\,\mathrm{d}\vartheta = \ln\left(\frac{1}{\cos\vartheta} + \mathrm{tg}\,\vartheta\right) + \text{állandó}, \quad \text{vagy}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{(x^2-1)}} = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) + \text{állandó}.$$

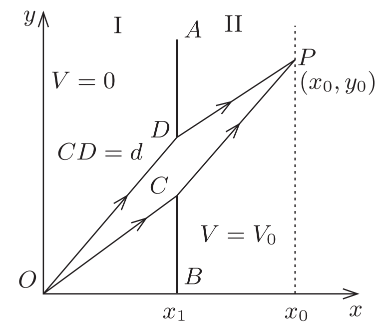
B.4. *Határozzuk meg azt az x_0 értéket, ahol a fénysugár eléri az edény alját! Legyen: $y_0 = 10{,}0$ cm; $n_0 = 1{,}50$; $k = 0{,}050$ cm^{-1}. (0,8 pont)*

C rész. A szélsőértékelv és az anyag hullámtermészete

Most a legkisebb hatás elve (LHE) és a mozgó részecske hullámtermészetének kapcsolatát fogjuk tanulmányozni. Ehhez azt feltételezzük, hogy az O-ból P-be haladó részecske minden lehetséges pályát befut, és mi azt a pályát keressük meg, amelyen az interferáló de Broglie-hullámok erősítik egymást.

C.1. *A részecske egy infinitezimális kicsi Δs távolsággal elmozdul a pályáján. Fejezzük ki a de Broglie-hullám $\Delta\varphi$ fázisváltozását a hatás ΔA megváltozásával és a Planck-állandóval! (0,6 pont)*

C.2. *Tekintsük újra az A részben szereplő feladatot, ahol a részecske O-ból P-be mozog* (4. ábra). *Tegyünk egy átlátszatlan lemezt a két tartomány közti AB határvonalra. Ezen egy kicsiny, d szélességű CD nyílás van, melyre teljesül, hogy $d \ll (x_0 - x_1)$ és $d \ll x_1$.*

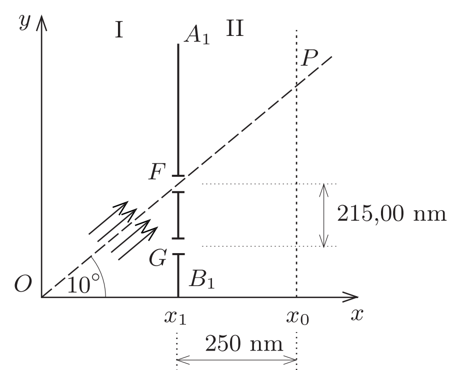


4. ábra

Vegyük fel az OCP és ODP szélső pályákat, úgy, hogy OCP az A részben tárgyalt klasszikus pályán legyen. Határozzuk meg első rendben a két pálya közötti $\Delta\varphi_{CD}$ fáziskülönbséget! (1,2 pont)

D rész. Anyaghullámok interferenciája

Tekintsünk egy elektronágyút O-ban, amely egy párhuzamosított elektronnyalábot bocsát ki a keskeny F rés irányába. A rés az $x = x_1$ helyen lévő A_1B_1 átlátszatlan elválasztófalon úgy helyezkedik el, hogy az ernyőn lévő P pont, valamint O és F egy egyenesen legyen (*5. ábra*). A sebesség az I-es tartományban $v_1 = 2{,}0000 \cdot 10^7$ m/s, és $\vartheta = 10{,}0000°$. A II-es tartományban olyan a potenciál, hogy a sebesség $v_2 = 1{,}0000 \cdot 10^7$ m/s. Az $x_0 - x_1$ távolság 250,00 mm. (Az elektronok közötti kölcsönhatást hanyagoljuk el.)



5. ábra

D.1. *Számítsuk ki az elektronágyú U_1 gyorsítófeszültségét, ha O-ban az elektronokat nyugalmi helyzetből gyorsítjuk fel! (0,3 pont)*

D.2. *Az A_1B_1 elválasztófalon az F rés alatt, attól 215,00 nm távolságra egy másik (G jelű) keskeny rést is létrehozunk. Az F és G réseken át a P pontba érkező de Broglie-hullámok fáziskülönbsége $2\pi\beta$. Számítsuk ki β értékét! (0,8 pont)*

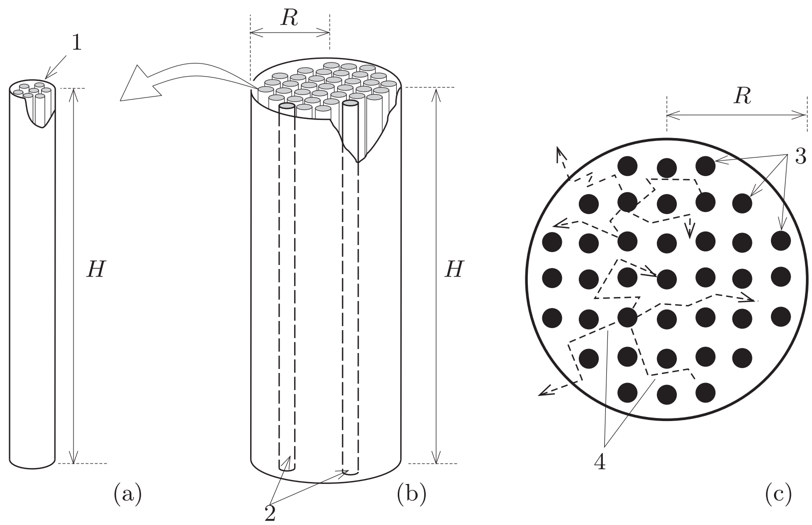
D.3. *Mekkora az a P-től mért legkisebb Δy távolság, ahol nem várható elektron becsapódása az ernyőn? (1,2 pont)*
Figyelem! Hasznos lehet a $\sin(\vartheta + \Delta\vartheta) \approx \sin\vartheta + \Delta\vartheta \cos\vartheta$ közelítés.

D.4. *A sugár négyzetes keresztmetszete* 500 nm × 500 nm, *és a mérési összeállítás hossza* 2 m. *Mekkora az a minimális $I_{\min}$ fluxussűrűség (elektron darabszám/egységnyi merőleges felület/egységnyi idő), amely esetében egy adott időpillanatban átlagosan legalább 1 elektron található a mérési összeállításban? (0,4 pont)*

3. feladat. Nukleáris reaktor tervezése (összesen *10 pont*).

Az urán a természetben UO_2 formájában fordul elő, és az uránatomoknak csupán 0,720%-a ^{235}U. Neutron hatására az ^{235}U könnyen elhasad, melynek során 2-3 nagy mozgási energiájú hasadványneutron is kibocsátódik. Ennek a hasadásnak a valószínűsége megnő, ha a hasadást kiváltó neutronok mozgási energiája kicsi. Tehát a hasadványneutronok mozgási energiájának csökkentésével az ^{235}U magok hasadási láncreakciója idézhető elő. Ez képezi az energiatermelő nukleáris reaktor (NR) elvét.

Egy tipikus NR egy H magasságú, R sugarú hengeres tartályból áll, ami az ún. moderátoranyaggal van feltöltve. Ebben tengelyirányban hengeres csövek, az ún. üzemanyag-kazetták helyezkednek el négyzetrácsba rendezve, melyek belsejében H magasságú, szilárd állapotban lévő, természetes UO_2 üzemanyagrudak találhatók. A kazettából kilépő hasadványneutronok ütköznek a moderátorral, így energiát veszítenek, hogy aztán a környező kazettákat a hasításhoz szükséges kicsi energiával érjék el. A *6. ábrán* csak a feladat szempontjából releváns alkatrészek láthatók (pl. a szabályozórudak és a hűtőközeg nem). A hasadás miatt az üzemanyagrudakban fejlődő hő a hosszirányban áramló hűtőközegnek adódik át. Ebben a feladatban az üzemanyagrudakban (A rész), a moderátorban (B rész) és a hengeres geometriájú NR-ben (C rész) zajló fizikai folyamatokat tanulmányozzuk.



6. ábra. A nukleáris reaktor (NR) vázlatos rajza.
(a) Egy üzemanyag-kazetta nagyított képe (1 – üzemanyagrúd).
(b) Az NR képe (2 – üzemanyag-kazetta).
(c) NR felülnézetben (3 – az üzemanyag-kazetták négyzetrácsba rendezve;
4 – tipikus neutronpályák).

A rész. Az üzemanyagrúd

UO_2 adatai: móltömege $M = 0{,}271$ kg mol^{-1}; sűrűsége $\varrho = 1{,}060$ kg m^{-3}; olvadáspontja $T_{\text{olv}} = 3{,}138 \cdot 10^3$ K; hővezetési tényezője $\lambda = 3{,}280$ W m^{-1} K^{-1}.

A.1. *Tekintsük a következő hasadási reakciót, melyben egy álló* ^{235}U *elnyel egy elhanyagolható mozgási energiájú neutront:*

$$^{235}\mathrm{U} + {}^{1}\mathrm{n} \;\rightarrow\; {}^{94}\mathrm{Zr} + {}^{140}\mathrm{Ce} + 2\,{}^{1}\mathrm{n} + \Delta E.$$

Becsüljük meg a hasadás során felszabaduló teljes ΔE *energiát* MeV*-ben! Az atommagtömegek:* $m(^{235}\mathrm{U}) = 235{,}044$ u; $m(^{94}\mathrm{Zr}) = 93{,}9063$ u; $m(^{140}\mathrm{Ce}) = 139,905$ u; $m(^{1}\mathrm{n}) = 1{,}00867$ u *és* 1 u $= 931{,}502$ MeVc^{-2}. *A töltés megmaradásával ne foglalkozzunk.* (*0,8 pont*)

A.2. *Adjunk becslést a természetes* UO_2*-ban lévő* ^{235}U *atomok térfogategységre eső* N *számára!* (*0,5 pont*)

A.3. *Tegyük fel, hogy a neutronfluxus-sűrűség az üzemanyagban homogén, nagysága* $\varphi = 2{,}000 \cdot 10^{18}$ m^{-2}s^{-1}. *Egy* ^{235}U *atommag hasadási hatáskeresztmetszete (a céltárgy atommag effektív keresztmetszete)* $\sigma_f = 5{,}400 \cdot 10^{-26}$ m^2. *Határozzuk meg az üzemanyagrúdban térfogategységenként fejlődő hő* Q *keletkezési ütemét* (W m^{-3}-ben), *ha a hasadásból származó energia* 80,00%*-a alakul hővé!* 1 MeV $= 1{,}602 \cdot 10^{-13}$ J. (*1,2 pont*)

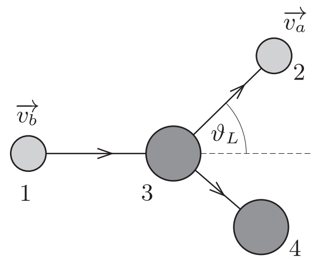
A.4. *Az üzemanyagrúd közepének* (T_{c}) *és felületének* (T_{s}) *hőmérséklete közötti különbség állandósult állapotban* $T_{\mathrm{c}} - T_{\mathrm{s}} = kF(Q, a, \lambda)$ *alakban írható fel, ahol* $k = \dfrac{1}{4}$ *egy dimenziótlan állandó, a pedig az üzemanyagrúd sugara. Határozzuk meg* $F(Q, a, \lambda)$*-t dimenzióanalízissel! Itt* λ *az* UO_2 *hővezetési tényezője.* (*0,5 pont*)

A.5. *A hűtőközeg kívánt hőmérséklete* $5{,}770 \cdot 10^2$ K. *Adjunk becslést meg az üzemanyagrúd a sugarának* a_{u} *felső határára!* (*1,0 pont*)

B rész. A moderátor

Tekintsünk egy kétdimenziós rugalmas ütközést egy 1 u tömegű neutron és egy $A \cdot$u tömegű moderátoratom között. Az ütközés előtt mindegyik moderátoratomot tekintsük nyugvónak a laboratóriumi vonatkoztatási rendszerben (LR). Jelölje $\overrightarrow{v_b}$ és $\overrightarrow{v_a}$ a neutron sebességvektorát rendre az ütközés előtt (before) és után (after) az LR-ben. Legyen $\overrightarrow{v_m}$ a tömegközépponti (TKP) vonatkoztatási rendszer sebességvektora az LR-hez képest, ϑ pedig a neutron szóródási szöge a TKP rendszerben. Az ütközésekben résztvevő összes részecske nemrelativisztikus sebességgel mozog.

B.1. *A* 7. ábrán *látható az ütközés vázlata az* LR*-ben, ahol* ϑ_L *a szóródási szög. Vázoljuk fel az ütközést* a TKP *rendszerben!*



7. ábra. Az ütközés a laboratóriumi rendszerben.
1 – a neutron az ütközés előtt; 2 – a neutron az ütközés után;
3 – moderátoratom ütközés előtt; 4 – moderátoratom ütközés után

Tüntessük fel a részecskék sebességvektorát az 1-es, 2-es és 3-as állapotokban $\vec{v_b}$, $\vec{v_a}$ és $\vec{v_m}$ segítségével! Jelöljük be a ϑ szóródási szöget is! (1,0 pont)

B.2. *Adjuk meg a neutron v, illetve a moderátoratom V ütközés utáni sebességét a TKP rendszerben A és v_b segítségével! (1,0 pont)*

B.3. *Fejezzük ki a $G(\alpha,\vartheta) = E_a/E_b$ mennyiséget, ahol E_b és E_a a neutron LR-beli mozgási energiája rendre az ütközés előtt és után, valamint*

$$\alpha \equiv \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2! \qquad (1{,}0\ pont)$$

B.4. *Tegyük fel, hogy az előző kifejezés érvényes D_2O molekulára is. Számítsuk ki a neutron lehetséges legnagyobb relatív energiaveszteségét, az $f_l \equiv \dfrac{E_b - E_a}{E_b}$ mennyiséget, D_2O (20 u) moderátor esetén. (0,5 pont)*

C rész. A nukleáris reaktor

Ahhoz, hogy az NR-t állandó ψ neutronfluxussal működtessük (állandósult állapot), az elszökő neutronokat a reaktorban keletkező többletneutronoknak pótolniuk kell. Egy hengeres geometriájú reaktornál a neutronok szökési üteme $k_1\left[(2{,}405/R)^2 + (\pi/H)^2\right]\psi$, a többletneutronok keletkezési üteme pedig $k_2\psi$. A k_1 és k_2 állandók az NR anyagi tulajdonságaitól függenek.

C.1. *Tekintsünk egy NR-t, melyre $k_1 = 1{,}021 \cdot 10^{-2}$ m és $k_2 = 8{,}787 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}. Figyelembe véve, hogy adott térfogat mellett szeretnénk minimalizálni a szökési ütemet a hatékony üzemelés érdekében, határozzuk meg az NR méreteit állandósult állapotban! (1,5 pont)*

C.2. *Az üzemanyag-kazetták négyzetrácsba vannak rendezve (6/c. ábra), a legközelebbi szomszédok közötti távolság 0,286 m. Az üzemanyag-kazetták effektív sugara (mintha tömörek lennének) $3{,}617 \cdot 10^{-2}$ m. Becsüljük meg az üzemanyag-kazetták F_n számát a reaktorban, valamint az NR állandósult állapotban történő üzemeltetéséhez szükséges UO_2 anyag M tömegét! (1,0 pont)*