Jelentés a 2013. évi Kürschák József Matematikai Tanulóversenyről

A Bolyai János Matematikai Társulat a 2013. évi Kürschák József Matematikai Tanulóversenyt október 11-én, 14 órai kezdettel rendezte meg a következő húsz helyszínen: Békéscsaba, Bonyhád, Budapest, Debrecen, Eger, Győr, Kaposvár, Kecskemét, Miskolc, Nyíregyháza, Pécs, Salgótarján, Sopron, Szeged, Székesfehérvár, Szolnok, Szombathely, Tatabánya, Veszprém és Zalaegerszeg.

A Társulat elnöksége a verseny lebonyolítására az alábbi bizottságot kérte fel: *Biró András, Fleiner Tamás* (elnök), *Frenkel Péter, Kós Géza, Maga Péter, Pach Péter Pál* (titkár), *Pelikán József.*

A bizottság szeptember 20-i ülésén a következő feladatokat tűzte ki:

1. *Legyen a és b két olyan pozitív valós szám, amelyekre $2ab = a - b$ teljesül. Tetszőleges pozitív egész k esetén jelöljük x_k-val, illetve y_k-val az ak-hoz, illetve bk-hoz legközelebbi egész számot; ha egy számhoz két legközelebbi egész szám is van, akkor válasszuk ezek közül a nagyobbikat. Igazoljuk, hogy bármely n pozitív egész szám akkor és csak akkor szerepel az $x_1, x_2, \dots$ sorozatban, ha n legalább háromszor szerepel az $y_1, y_2, \dots$ sorozatban.*

2. *Tegyük fel, hogy a P_1, P_2 és P_3 zárt, konvex sokszöglemezek rendelkeznek azzal a tulajdonsággal, hogy bárhogyan is választjuk az $A \in P_1$, $B \in P_2$ és $C \in P_3$ pontokat, az ABC háromszög területe legfeljebb egységnyi.*

(a) *Bizonyítsuk be, hogy a P_1, P_2 és P_3 sokszöglemezek valamelyikének a területe 4-nél kisebb.*

(b) *Mutassuk meg, hogy megadhatók P_1, P_2 és P_3 sokszöglemezek a fenti tulajdonsággal úgy, hogy P_1-nek is és P_2-nek is 4-nél nagyobb legyen a területe.*

3. *Igaz-e, hogy ha $n \geq 2$ egész, és minden $1 \leq i < j \leq n$ párra adott egy l_{ij} nemnegatív valós szám, akkor léteznek olyan $a_1, \dots, a_n$ nemnegatív valós számok, amelyek összege nem haladja meg az l_{ij} számok összegét, és $|a_i - a_j| \geq l_{ij}$ teljesül minden $1 \leq i < j \leq n$ párra?*

A bizottság a beérkezett dolgozatok átnézése után, december 6-i ülésén a következő jelentést fogadta el:

„A verseny minden helyszínen rendben zajlott le. Budapesten a megjelent 52-ből 45, míg a további helyszíneken összesen 42 versenyző adott be dolgozatot.

Az idei versenyen a harmadik feladat bizonyult a legnehezebbnek. Míg az első feladatra 20, a második feladat első részére 12, a második feladat második részére pedig 30 megoldás született, addig a harmadik feladatot mindössze két versenyző tudta megoldani. Egyetlen versenyző munkája emelkedik ki a mezőnyből, két tekintetben is. Bár a beadott írásmű különösen nehezen olvasható és az abban szereplő okfejtést sem egyszerű követni, a dolgozatból rekonstruálható az első feladatnak, a második feladat második részének, valamint a harmadik feladatnak egy megoldása, továbbá a második feladat első részével kapcsolatos részeredmény. Ezért a teljesítményéért

I. díjban és 50 000 Ft pénzjutalomban részesül

Homonnay Bálint, a Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai *Hraskó András, Kiss Gergely, Hegedűs Pál, Jakucs Erika, Pósa Lajos, Dobos Sándor* és *Surányi László*).

Négy versenyző oldott meg lényegében két feladatot. Ezért

II. díjat és 25 000 Ft pénzjutalmat kapnak

Nagy Bence Kristóf, a Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai *Hraskó András, Kiss Gergely, Surányi László, Hegedűs Pál, Juhász Péter, Pósa Lajos, Dobos Sándor* és *Pelikán József*) az első és a harmadik feladat megoldásáért;

Janzer Barnabás, a Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója (tanárai *Dobos Sándor, Gyenes Zoltán* és *Pósa Lajos*) az első és a második feladat megoldásáért;

Maga Balázs, a Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai *Hraskó András, Kiss Gergely, Surányi László, Dobos Sándor* és *Juhász Péter*) az első és a második feladat megoldásáért; valamint

Tardos Jakab, a Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója, az ELTE matematika szakos hallgatója (tanárai *Táborné Vincze Márta, Kiss Géza, Pósa Lajos, Dobos Sándor* és *Surányi László*) az első és a második feladat megoldásáért.

A versenybizottság idén is oklevéllel jutalmazza azokat a versenyzőket, akik a versenyen érdemi teljesítményt nyújtottak, azaz az első feladat, valamint a második feladat első és második része közül kettőt lényegében megoldottak. Az oklevéllel díjazott versenyzők a budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium, a Budapesti Fazekas Mihály Általános Iskola és Gimnázium, a hajdúszoboszlói Hőgyes Endre Gimnázium és Szakközépiskola, a szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium, és a győri Révai Miklós Gimnázium tanulói, illetve volt tanulói.

A versenybizottság ezúton köszöni meg minden versenyző és felkészítő tanár munkáját, a díjazottaknak pedig további sikereket kívánva szívből gratulál.”