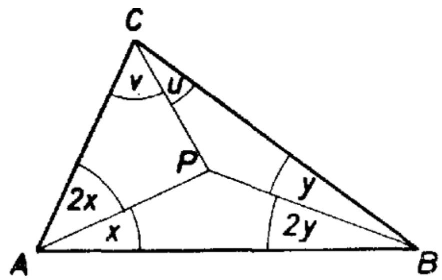
Legyen P az ABC háromszögben mondjuk az A-beli és B-beli szögharmadolók metszéspontja:

$$x = PAB\sphericalangle = \frac{1}{3}\,CAB\sphericalangle; \qquad y = PBC\sphericalangle = \frac{1}{3}\,ABC\sphericalangle.$$



A PAB, PBC, PCA háromszögekben a szinusztétel alapján

$$PB : PA = \sin x : \sin 2y, \quad PC : PB = \sin y : \sin u, \quad PA : PC = \sin v : \sin 2x,$$

ahol u a PCB, v a PCA szöget jelöli. Mivel e három arány szorzata 1,

$$\sin x \sin y \sin v = \sin 2y \sin u \sin 2x,$$

vagyis

(1) $$\frac{\sin v}{\sin u} = 4 \cos x \cos y,$$

hiszen $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$, $\sin 2y = 2 \sin y \cos y$. Mivel $\cos x \cos y = \cos(x+y) + \sin x \sin y > \cos(x+y)$, és itt $(x+y)$ kisebb $60°$-nál, emiatt (1) jobb oldalának az értéke nagyobb 2-nél:

(2) $$\frac{\sin v}{\sin u} > 2,$$

így sem u, sem v nem lehet a BCA szög harmada.

Csak formálisan jelent új lehetőséget a $PAB\sphericalangle = \frac{1}{3}CAB\sphericalangle$ eset mellé a $PBA\sphericalangle = \frac{1}{3}CBA\sphericalangle$ esetet felvenni, hiszen ekkor $PCB\sphericalangle = \frac{1}{3}ACB\sphericalangle$ esetén B és C, $PCA\sphericalangle = \frac{1}{3}BCA\sphericalangle$ szög esetén pedig C és A léphet a fenti meggondolásba A és B helyére. Ezzel beláttuk, hogy nincs olyan ABC háromszög, amelynek a belsejében volna olyan P pont, hogy az AP, BP, CP félegyenes rendre harmadolja a BAC, CBA, ACB szöget.