Tekintsük az $\left(\dfrac{a_i}{\sqrt{b_i}} - \sqrt{b_i}\right)$különbségek négyzetösszegét:

$$0 \leq \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{a_i}{\sqrt{b_i}} - \sqrt{b_i}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{a_i^2}{b_i} - 2\sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i.$$

A mondott (1) feltétel szerint ezt nem csökkentjük, ha benne $\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{a_i^2}{b_i}$ helyére a $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i$ összeget írjuk. Ezután a (2) jobb és bal oldalán álló összegek különbségének a kétszeresét kapjuk, tehát az nem negatív, amint azt bizonyítanunk kellett.

Megjegyzések. 1. Megoldható a feladat az ún. *Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij*-féle egyenlőtlenség felhasználásával is. Ez azt állítja, hogy tetszőleges $x_1, \dots, x_n$, $y_1, \dots, y_n$ valós számokra

$$\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2\right).$$

(Lásd például *Skljarszkij–Csencov–Jaglom:* Válogatott fejezetek és tételek az elemi matematika köréből 1, 289. feladat.) A mi megoldásunk ennek az egyenlőtlenségnek a szokásos bizonyításán alapszik, annak ismeretében nem meglepő, hogy az $\left(a_i/\sqrt{b_i} - \sqrt{b_i}\right)$ különbségek négyzetösszegéből indulunk ki.

2. A feladat első kitűzése hibás volt. Ennek ellenére négyen: *Csikós Zsolt, Elek Gábor, Szegedy Patrik* és *Sz. Nagy Csaba* felismerte az eredeti állítást és közülük az első három igazolta is. Az összpontszám annak figyelembevételével alakult, hogy a helyes megoldás mellett az első kitűzésnél közölt-e jó ellenpéldát a megoldó. Így a teljes megoldás értéke 3–4 pont lett. Hiányosnak tekintjük annak a dolgozatát, aki ellenpéldát közölt ugyan, de a jó kitűzés után nem küldött be teljes értékű megoldást (1–2 pont).