

# Emelt szintű gyakorló feladatsor

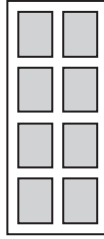
Számadó László

## I. rész

1. Egy  $r$  sugarú körbe írt  $ABC$  háromszögben  $AB = r$  és  $AC = r\sqrt{3}$ . Mekkora a  $BC$  oldal? (11 pont)

2. Egy 90 cm széles és 210 cm magas, kazettás ajtó vázlatát mutatja az *ábra*.

A nyolc egyforma téglalap alakú kazetta pontosan az ajtó lapjának a felét teszi ki. A kazetták közötti és melletti sávok szélessége mindenütt ugyanannyi. Mekkora ez a szélesség? (13 pont)



3. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$(x - 5 - 2\sqrt{x - 2})(x - 10 - 4\sqrt{x - 5}) = 0. \quad (13 \text{ pont})$$

4. Adott az  $f: ]-3; 5[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ||(x - 1)^2 - 1| - 3| - 5$  függvény.

a) Adjuk meg a függvény zérushelyeit.

b) Adjuk meg azon rácspontok koordinátáját, amelyek illeszkednek a függvény grafikonjára.

c) Mely intervallumokon szigorúan monoton csökkenő a függvény? (14 pont)

## II. rész

5. Az  $a$ ,  $b$  és  $c$  pozitív számjegyekről a következőket tudjuk:  $a + b + c = \overline{ab}$  és  $a^2 + b^2 + c^2 = \overline{b^2a}$  (ahol  $\overline{ab}$  és  $\overline{b^2a}$  is egy-egy kétjegyű szám). Adjuk meg ezeket a számjegyeket. (16 pont)

6. Az  $ABCD$  szabályos tetraédert egy síkkal elmetsszük. A metszősík három, egy csúcsból induló élt metsz a közös csúcstól számítva  $1 : 1$ ,  $2 : 1$  és  $3 : 1$  arányban. Határozzuk meg a lemetszett tetraéder és az eredeti tetraéder felszínarányát. (16 pont)

7 Oldjuk meg a valós számok halmazán a

$$\sin^4 x + \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^4 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{2}$$

egyenletet. (16 pont)

8. Tekintsük az  $y = (p - 1)x^2 + 2x - (p + 1)$  egyenletű parabolákat, ahol  $p$  valós paraméter és  $p \neq 1$ .

a) Melyek ezek közül azok a parabolák, amelyek az  $x$  tengelyt két, egész koordinátájú pontban metszik, vagy egy egész koordinátájú pontban érintik?

b) Írjuk fel  $p = 2$  paraméter esetén a parabola 4 abszcisszájú pontján átmenő érintő egyenletét.

c) Határozzuk meg a  $p = 3$  paraméter esetén az  $[1; 3]$  intervallumon a parabola alatti terület nagyságát. (16 pont)

9. Három különböző egyenes körkúpról tudjuk, hogy az alapkörök sugara és a kúpok alkotói rendre egy-egy azonos differenciájú számtani sorozat három egymást követő elemét adják. Mutassuk meg, hogy a kúpok felszíne nem lehet egy számtani sorozat három egymást követő eleme. (16 pont)